ORSAY
Série A
N° d'ordre
956

THESE

PRESENTEE

A L'UNIVERSITE DE PARIS-SUD
CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Daniel RAPPANELLO

LES INSTABILITES MAGNETIQUES DES SUPRACONDUCTEURS DURS DE SECONDE ESPECE ET LEURS CONSEQUENCES

Soutenue le 31 mai 1972, devant la Commission d'Examen

MM. GRIVET — Président

SEPTIER
DONADIEU — Examinateurs
BRONCA

ORSAY
Série A
N° d'ordre
956

THESE

PRESENTEE

A L'UNIVERSITE DE PARIS-SUD
CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Daniel RAPPANELLO

LES INSTABILITES MAGNETIQUES DES SUPRACONDUCTEURS DURS DE SECONDE ESPECE ET LEURS CONSEQUENCES

Soutenue le 31 mai 1972, devant la Commission d'Examen

MM.	GRIVET	Président
	SEPTIER DONADIEU BRONCA	Examinateurs

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Je prie Monsieur le Professeur P. GRIVET, Directeur de l'Institut d'Electronique Fondamentale de la Faculté des Sciences d'Orsay, d'accepter mes remerciements pour avoir bien voulu patronner cette thèse.

Je suis très reconnaissant de l'intérêt que Monsieur G. BRONCA, Chef du Service d'Entretien et de Développement des Appareils de Physique au Département du Synchrotron Saturne, a porté à mon travail en mettant à ma disposition les ressources du laboratoire et en suivant très attentivement les études rapportées ici.

Mes remerciements vont aussi à Messieurs A. SEPTIER et L. DONADIEU, qui ont bien voulu s'intéresser à ce travail et faire partie du Jury.

A Monsieur I. HLASNIK à qui je suis redevable d'une grande partie des résultats théoriques et dont les suggestions et les nombreux conseils m'ont été d'une grande utilité, j'exprime mes profonds remerciements.

J'adresse mes remerciements à Messieurs J.P. POUILLANGE, G. PROST et B.TURCK pour leur collaboration efficace et amicale.

Je remercie ici également tous les techniciens du laboratoire pour l'aide qu'ils m'ont apportée ainsi que toutes les personnes qui ont collaboré à la mise en forme de ce travail.

LES INSTABILITES MAGNETIQUES DES SUPRACONDUCTEURS DURS DE SECONDE ESPECE ET LEURS CONSEQUENCES

- INTRODUCTION

- CHAPITRE I — Propriétés physiques des supraconducteurs

- CHAPITRE II — Contours et limites de l'étude

- CHAPITRE III — Instabilités dans un matériau soumis après refroidissement à une variation simultanée de champ et de courant

- CHAPITRE IV — Instabilités dans une plaque soumise après refroidissement successivement à une variation de champ et à une injection de courant

- CHAPITRE V — Etude expérimentale

- CHAPITRE VI — Comparaison mesures-théorie

- CONCLUSION

- ANNEXE

TABLE DES MATIERES

- INTRODUCTION

I - PROPRIETES PHYSIQUES DES SUPRACONDUCTEURS

I.1 - Les paramètres physiques

I.1.1 - Résistance électrique à basse température

I.1.2 - Résistivité des corps supraconducteurs : Notion de température critique

I.1.3 - Effet Meissner : Notion de champ critique

I.1.4 - Les équations de London

I.1.5 - Classification des supraconducteurs

I.2 - Les supraconducteurs de type II

I.2.1 - Propriétés magnétiques des supraconducteurs de type II

I.2.2 - Les supraconducteurs durs de type II

I.2.3 - Notion de densité de courant critique

I.3 - Les modèles théoriques macroscopiques

I.3.1 - Modèles empiriques expérimentaux

I.3.2 - Modèle de l'état critique isotherme

I.3.3 - a) Relation entre B, J_c et la pénétration de champ

b) Relation entre E et J_c

I.3.4 - Effet d'une variation dans le temps de la température

I.4 - Intérêts du modèle de Bean

I.4.1 - Les énergies dissipées

I.4.2 - Les instabilités dans le modèle de Bean

II - CONTOURS ET LIMITES DE L'ETUDE

II.1 - La stabilisation

II.1.1 - Définition

II.1.2 - Les mécanismes de la stabilisation

II.2 - Les études antérieures sur le sujet

II.2.1 - Stabilisation totale

II.2.2 - Stabilisation intrinsèque

a) Stabilisation adiabatique ou enthalpique

b) Concept de niveau de champ

c) Théorie de Wipf

II.2.3 - Stabilisation dynamique

II.3 - Calculs théoriques des énergies apparues

II.3.1 - Détection des instabilités

II.3.2 - Profil de champ pénétré après le saut de flux

II.3.3 - Energie dissipée lors d'une instabilité

II.4 - Calculs théoriques des énergies thermiques

II.4.1 - Paramètres fixant le régime thermique

a) Diffusivité magnétique et thermique : Définition

b) Les échanges thermiques

c) Chaleur spécifique du supraconducteur

II. 5 - Les géométries et les configurations magnétiques

II. 5. 1 - Les modèles géométriques

II. 5. 2 - Les modèles de configurations magnétiques

II. 5. 3 - Les séquences champ-courant

III - INSTABILITES DANS UN MATERIAU SOUMIS APRES REFROIDISSEMENT A UNE VARIATION SIMULTANEE DE CHAMP ET DE COURANT

III. 1 - Les effets du champ propre H_i

III. 1. 1 - Initiation des instabilités

III. 1. 2 - Instabilités totales : Energies apparues

III. 2 - Modèle de la plaque d'épaisseur 2 a

III. 2. 1 - Identité plaque-fil rond

III. 2. 2 - Les énergies apparues dans la plaque lors d'un saut de flux complet

III. 3 - Calcul des pertes en présence d'un couplage entre le champ propre H_i et le champ polarisant ΔH

III. 3. 1 - Modification des profils d'induction en fonction du couplage

a) $\Delta H \leqslant H_i$

b) $\Delta H > H_i$

III. 3. 2 - Normalisation des expressions des énergies en fonction du couplage

III. 4 - Critères de stabilité

III. 4. 1 - Relation énergie dissipée = énergie admissible

III. 4. 2 - Existence des solutions

a) Notion de section stable

b) Notion de température stable

c) Incidence de l'accroissement de C sur la stabilité

d) Incidence sur la stabilité de la loi $J_c = f(T)$

III.4.3 - Modification des critères de stabilité par le couplage χ

III.5 - Détermination des dégradations

III.5.1 - Matériau refroidi dans un champ et ne subissant que son champ propre

a) Matériau non plaqué par un métal normal

b) Matériau plaqué par un métal normal

III.5.2 - Matériau refroidi dans un champ H_o et soumis à un champ extérieur ΔH couplé avec son champ propre H_i

III.5.3 - Application aux bobines

III.6 - Premiers résultats de l'étude

III.6.1 - Validité des modèles

III.6.2 - Limite de ces résultats

IV - INSTABILITES DANS UNE PLAQUE SOUMISE APRES SON REFROIDISSEMENT A LA TEMPERATURE DE FONCTIONNEMENT CHOISIE, A UN CHAMP MAGNETIQUE ΔH_{ex} PUIS TRANSPORTANT UN COURANT I

IV.1 - Définitions des variables ΔH_{ex}

IV.1.1 - Les courants diamagnétiques

IV.1.2 - Mécanisme de dissipation d'énergie

IV.1.3 - Pénétration dans le matériau du champ ΔH_{ex}

a) $\Delta H_{ex} \leq H_i/2$

b) $\Delta H_{ex} > H_i/2$

IV.1.4 - Incidence sur les profils d'un accroissement ΔT de température

a) $\Delta H_{ex} \leqslant H_i/2$

b) $\Delta H_{ex} > H_i/2$

IV.1.5 - Incidence du saut de flux sur les densités de courant

IV.2 - Les différents régimes de pénétration du champ magnétique

IV.2.1 - Abscisses des champs $E = 0$ pour $\Delta H_{ex} > H_i/2$

IV.2.2 - Répartition des champs magnétiques

IV.3 - Détermination énergies dissipées

IV.3.1 - Energies dissipées dans les différents régimes

a) Régime ac_o)

b) Régime a)

c) Régime ac)

d) Régime b)

e) Régime bc)

f) Régime b_o)

g) Régime S_o)

IV.3.2 - Séquences de régimes

IV.3.3 - Expression des énergies totales dissipées

IV.4 - Courants transportés admissibles

IV.4.1 - Ecriture analytique en variable réduite du système d'équations

IV.4.2 - Résolution numérique

IV.4.3 - Résultats théoriques

IV.4.4 - Application au phénomène d'accommodation ou "training"

V - ETUDES EXPERIMENTALES

V.1 - Mode opératoire

V.1.1 - But des mesures

V.1.2 - Dispositif expérimental

a) Principe

b) Bloc de chauffage à température variable

c) Thermométrie

d) Positionnement du fil

V.1.3 - Méthode de mesure

a) Les appareils de mesures

b) Les mesures

V.2 - Définition expérimentale des paramètres supraconducteurs

V.2.1 - Les paramètres définis

V.2.2 - Les densités critiques

V.3.A - Dégradation sur monofil non stabilisé refroidi au préalable dans H_o puis soumis à la variation de ΔH et H_i couplés au courant transporté I

V.3.A.1 - Mesures et résultats

V.3.B - Dégradation sur monofil non stabilisé refroidi au préalable dans H_o soumis d'abord à la variation du champ ΔH_{ex} puis à la variation du courant I

V.3.B.1 - Conception expérimentale

V.3.B.2 - Mesures et résultats

V.4 - Dégradation sur monofil recouvert d'un métal normal refroidi au préalable dans H_o et passant un courant I ($\Delta H_{ex} = 0$ $\Delta H = 0$)

V.4.1 - Effet d'accroissement de chaleur spécifique

V.4.2 - Effet de conductibilité élevée

V.4.3 - Effet de recouvrement mixte

V.4.4 - Effet de groupage

a) Filament intrinsèquement stable

b) Filament non intrinsèquement stable

V.4.5 - Effet de torsadage ou twistage

V.4.6 - Effet de déplacement

V.5 - Dégradation et accommodation sur solénoïdes

V.5.1 - Les matériaux testés en bobinages

a) Matériau supraconducteur non stabilisé

b) Matériau supraconducteur stabilisé

V.5.2 - Les bobinages testés

V.5.3 - Les mesures

V.6 - Remarques sur ces mesures

V.6.1 - Déplacement des spires et refroidissement

V.6.2 - Courant de récupération

VI - COMPARAISON MESURES-THEORIE

VI.1 - Expériences faisant intervenir un champ magnétique ΔH_{ex} et un champ magnétique H_o

VI.1 - Les courants de blocage I_b

VI.2 - Application au phénomène d'accommodation

VI.2 - Expériences ne faisant intervenir qu'un champ magnétique H_o

VI.2.1 - Dégradation des matériaux refroidis dans le champ magnétique H_o

VI.2.2 - Dégradation en fonction de T

VI.2.3 - Dégradation en fonction du diamètre du fil

VI. 2. 4 - Effet de H_o

VI. 2. 5 - Effet de chaleur spécifique

VI. 2. 6 - Effet d'une matrice de cuivre et d'isdium

VI. 2. 7 - Effet de groupage

VI. 3 - Expériences faisant intervenir un champ H_o et un champ ΔH

VI. 3. 1 - Effet de couplage χ

VI. 4 - Limites de l'étude entreprise

- CONCLUSION

- BIBLIOGRAPHIE

- ANNEXE

INTRODUCTION

Dès l'apparition à l'échelle industrielle de matériaux supraconducteurs, tels que le composé défini Niobium Etain et les alliages Niobium-Zirconium et Niobium-Titane, de sérieux espoirs se sont fondés sur la possibilité de réaliser de grands bobinages à champ magnétique intense.

Des difficultés de mise en oeuvre sont apparues rapidement : les bobines perdaient leurs propriétés supraconductrices sans avoir atteint les performances attendues.

En recouvrant le supraconducteur par un métal hyperconducteur tel que le Cuivre pur et en assurant un bon refroidissement de ce matériau composite, il a été alors possible de réaliser les premiers grands aimants au fonctionnement sûr.

La mise en oeuvre de ce procédé a pour principal inconvénient d'abaisser fortement la densité de courant admise dans le bobinage.

Par la suite plusieurs auteurs se sont préoccupés de l'origine de ces transitions prématurées à l'état normal des supraconducteurs. Leurs travaux ont montré que sous certaines conditions, des instabilités magnétiques et thermiques étaient ainsi capables de perturber le comportement du supraconducteur.

Nous reprendrons cette notion d'instabilité magnétique et nous préciserons théoriquement dans quelles conditions elles sont susceptibles de provoquer le retour à l'état normal.

Nous nous efforcerons de reproduire systématiquement ces conditions sur le plan expérimental et en particulier sur de nombreux échantillons courts afin de contrôler le bien fondé de nos prévisions théoriques.

Le supraconducteur étant affecté d'hystérésis magnétique, nous accorderons une grande importance à l'histoire magnétique du matériau afin d'expliquer les phénomènes d'accommodation et de dégradation des performances que l'on observe. Nous établirons ensuite des critères de stabilité permettant de concevoir des "composites" supraconducteurs à la fois sûrs et performants.

Ainsi après avoir rappelé les différences essentielles entre supraconducteurs de première et de seconde espèce, nous introduirons dans le Chapitre I la notion de courant et de densité critique dans les supraconducteurs durs de seconde espèce dans le but d'exposer dans le Chapitre II le mécanisme des instabilités d'origine magnétique qui affectent ces matériaux.

Le Chapitre III sera consacré à l'évaluation théorique des énergies qui interviennent lors des instabilités de configuration magnétiques simples.

L'évolution de distributions plus complexes d'induction magnétique dans le supraconducteur sera étudiée de façon détaillée dans le Chapitre IV.

Les dispositifs expérimentaux utilisés et le mode opératoire adopté sont décrits au Chapitre V.

Le Chapitre VI confrontera les résultats de mesures aux prévisions théoriques.

Enfin, après avoir condensé les résultats obtenus, nous conclurons en décrivant un composite destiné aux aimants futurs.

Nous utilisons le système d'unités M.K.S.A.

I - PROPRIETES PHYSIQUES DES SUPRACONDUCTEURS

I.1 - Les paramètres physiques

I.1.1 - Résistance électrique à basse température

Au voisinage de la température ambiante, la résistance électrique de nombreux métaux est pratiquement une fonction linéaire de la température. Aux très basses températures, la loi empirique suivante est assez bien vérifiée :

$$R = R_{\text{idéale}} + R_{\text{résiduelle}} \qquad \text{(I.1.a)}$$

La résistance résiduelle $R_{rés.}$ ne dépend pas de la température, mais du degré de pureté, de l'état métallurgique (écrouissage) du matériau. La résistance idéale $R_{id.}$, est due à la dispersion des électrons de conduction par les vibrations thermiques du réseau. Cette résistance, indépendante de l'état métallurgique, ne dépend que de la température suivant une loi du type :

$$R_{\text{idéale}} = k\, T^5 \qquad \text{(I.1.b)}$$

Le facteur de proportionnalité k est caractéristique du métal.

I.1.2 - Résistivité des corps supraconducteurs : Notion de température critique

Le phénomène de supraconduction apparaît dans certains métaux et alliages au-dessous d'une certaine température T_c, dite température critique, ou de transition. Dans cet état supraconducteur, c'est-à-dire pour des températures inférieures à la température T_c, la résistivité électrique devient nulle. Cette propriété caractéristique existe aussi bien pour des éléments métalliques, des alliages, que pour des composés intermétalliques et des semi-conducteurs. Ce phénomène, d'après la théorie microscopique de Bardeen, Cooper et Schrieffer [1], correspond à un état énergétique au voisinage de la surface de Fermi, où les électrons de conduction se condensent à un niveau d'énergie plus faible pour lequel chaque électron est appairé avec un électron de quantité de mouvement et de spin opposés.

Les températures critiques mesurées correspondant à $\rho = 0$, s'étendent (actuellement) de 0,01°K pour les semi conducteurs, à 20,5°K pour les composés $Nb_3 (Al_{0,8} Ge_{0,2})$ et V_3Ga.

I.1.3 - Effet Meissner : Notion de champ critique

La conductibilité électrique parfaite ($\rho = 0$) n'est pas suffisante pour décrire l'état supraconducteur. Le supraconducteur possède un diamagnétisme parfait qui le distingue d'un conducteur parfait : c'est l'effet Meissner [2].

La figure I.1 montre la variation de l'induction magnétique à l'intérieur d'un long cylindre supraconducteur soumis à un champ appliqué, H_e, parallèle à son axe. Si le champ croît de 0 jusqu'à une valeur bien particulière H_c, des courants de surface s'opposent à la pénétration du champ, et l'induction B est nulle à l'intérieur. Pour $H = H_c$, le supraconducteur redevient normal. H_c est appelé champ critique, et sa

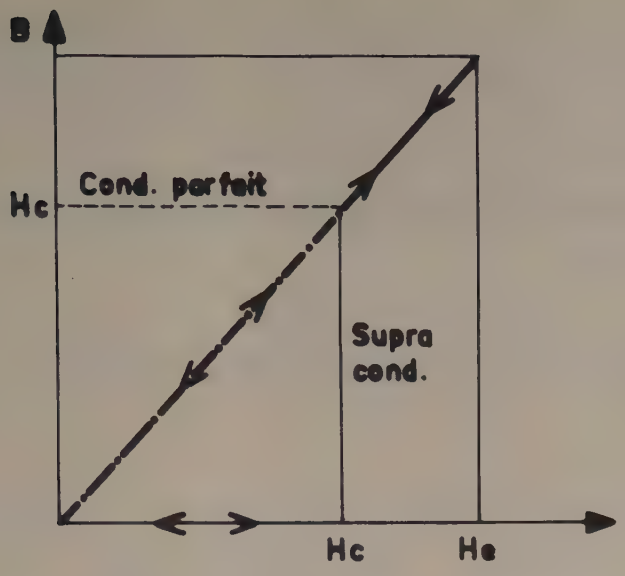


Fig. I - 1

variation en fonction de la température est bien représentée par l'équation de la parabole:

$$H_c = H_o \left[1 - (T/T_c)^2 \right] \qquad (I.2)$$

où H_o est le champ critique à T = 0°K. Pour cette valeur de $H = H_c$, B l'induction devient égale à l'intérieur du cylindre à μH_c. Lorsque le champ H décroît au dessous de H_c, si le supraconducteur était un conducteur parfait, l'induction se maintiendrait à partir de H_c, à $B = \mu H_c$ par les courants de surface. En fait, le supraconducteur expulse le champ, et l'induction est identiquement nulle pour:

$$0 < H_e < H_c$$

L'effet Meissner montre donc que l'état de supraconduction est un état d'équilibre réversible. Cependant il existe une zone superficielle dans le supraconducteur, où il apparaît une induction non nulle qui représente en quelque sorte la limite de l'effet Meissner. Nous rappellerons les calculs de London qui rendent compte du phénomène constaté.

I.1.4 - Les équations de London [3]

L'énergie libre du supraconducteur a la forme suivante :

$$E = E_{mag.} + E_{c.} + E_{s.} \qquad (I.3.a)$$

$E_{s.}$ est l'énergie des électrons dans l'état condensé

$E_{c.}$ est l'énergie cinétique associée aux courants persistants

$E_{mag.}$ est l'énergie magnétique

Pour des électrons au point r , possédant la vitesse v (r) l'énergie cinétique s'écrira :

$$E_{c.} = \frac{1}{2} \int_{vol.} m\, v^2\, n_s \, d\tau \qquad (I.3.b)$$

où n_s est le nombre d'électrons supraconducteurs par unité de volume,

m la masse effective des électrons.

L'énergie magnétique s'écrit, en appelant H le champ magnétique appliqué sur le matériau :

$$E_{mag.} = \frac{\mu}{2} \int H^2 \, d\tau \qquad (I.4)$$

alors $$E = E_{s.} + \frac{\mu}{2} \int [\, H^2 + \lambda_L^{\,2} \, | \, \text{rot } H \, |^2] d\tau \qquad (I.5)$$

avec λ_L défini comme $$\lambda_L = \left[\frac{m}{\mu_o \, n_s \, e^2} \right]^{1/2} \qquad (I.6)$$

La minimisation de l'énergie libre, en accord avec la variation de la distribution de champ δH (r) permet de déterminer l'état d'équilibre et conduit à la relation suivante :

$$H + \lambda_L^{\,2} \, \text{rot. rot } H = 0 \qquad (I.7)$$

qui est l'équation de London.

Considérons un espace semi-infini en x - y , H ne possède pas de composante normale au specimen (Figure I. 2). Par ailleurs, en supposant H dirigé selon l'axe des x (ce qui satisfait div H = 0), le courant j_s est dirigé suivant l'axe des y, et l'équation de London devient :

$$\frac{d^2H}{dz^2} = + \frac{H}{\lambda_L^2} \qquad (I.8.a)$$

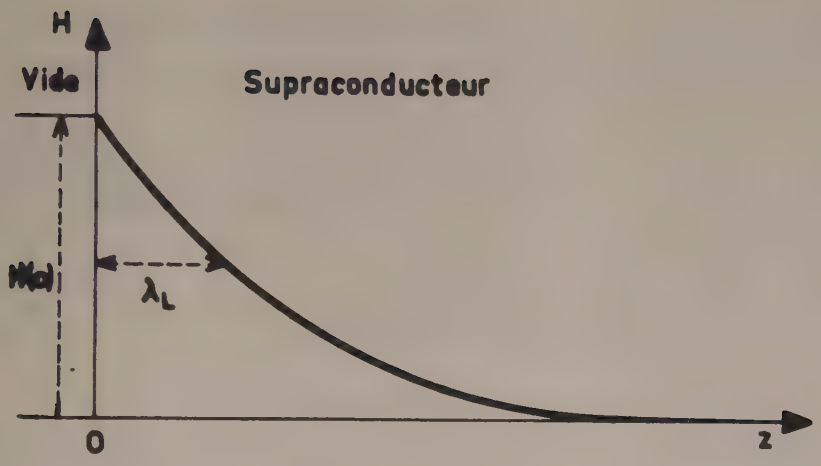


Fig. I-2

dont on déduit la loi de pénétration du champ selon $\vec{oz}$:

$$H(z) = H(o)\, e^{-z/\lambda_L} \qquad (I.8.b)$$

où λ_L est appelé profondeur de pénétration.

I.1.5 - Classification des supraconducteurs

Dans l'état condensé défini par la théorie de B.C.S. [1], il existe une forte interaction entre les électrons supraconducteurs groupés par paire. La longueur de cohérence ξ_o , est la distance au-delà de laquelle cette interaction n'est plus sensible.

La notion de longueur de cohérence a été introduite par Pippard [4] pour tenir compte de l'inexactitude de l'équation de London appliquée à certains supraconducteurs.

En fait l'équation de London n'est valable que si $\lambda_L \ll \xi_o$. L'expression de l'énergie de surface dont la valeur approchée est :

$$\frac{1}{2} \mu_o H_c^2 [\xi_o - \lambda_L]$$

fait ressortir le rôle important de ξ_o et λ_L. Leur valeur relative permet de classer les supraconducteurs en deux types :

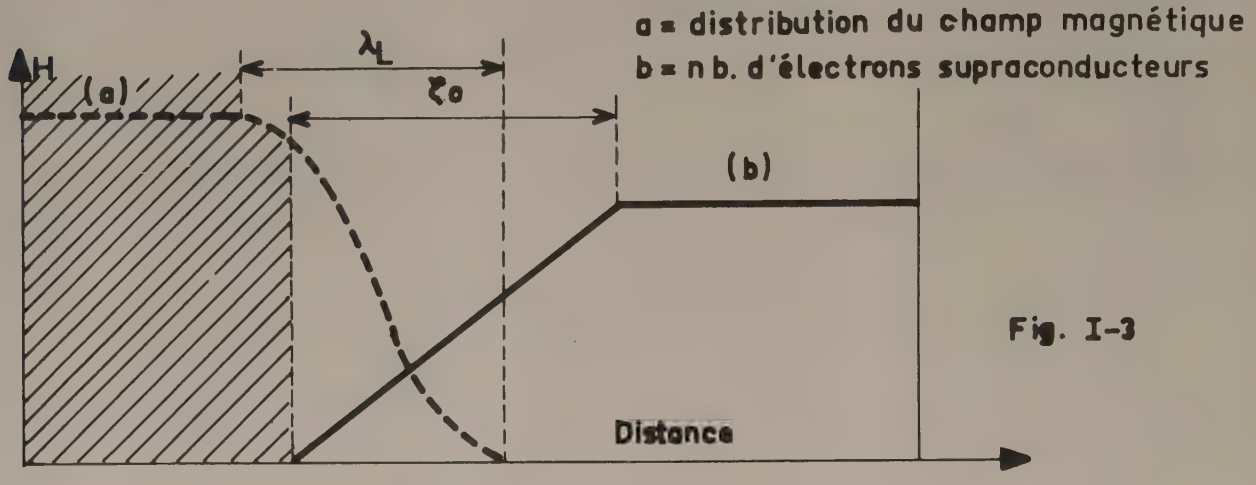


Fig. I-3

a) Les supraconducteurs de type I sont caractérisés par $\lambda_L \ll \xi_o$. L'énergie de surface est positive dans la zone supraconductrice. On peut montrer alors que la création de zones normales (non supraconductrices) est difficile. Dans ce cas là, l'équation de London est satisfaite. Pour les supraconducteurs de type I, l'effet Meissner est parfait. Dans le cas des métaux supraconducteurs très purs, λ_L est de l'ordre de 200 Å.

b) Dans les supraconducteurs de type II, l'énergie de surface est négative car $\xi_o \ll \lambda_L$. Dans ce cas on montre que la création de zones normales est possible : c'est l'état mixte [5 - 6]. L'équation de London

n'est alors vérifiée qu'à bas champ. Dans cette catégorie de type II il y a les composés tels que le Nb_3Sn, V_3Ga, avec λ_L de l'ordre de 2 000 Å.

Cette distinction entre supraconducteurs de type I et II est très importante.

Leurs propriétés en présence de champ magnétique sont profondément différentes.

Nous nous attacherons plus particulièrement aux propriétés des supraconducteurs de type II, ou de seconde espèce.

I.2 - Les supraconducteurs de type II

I.2.1 - Propriétés magnétiques des supraconducteurs de type II

Soit un cylindre supraconducteur de type II placé dans un champ H, parallèle à son axe. Suivant les valeurs du champ extérieur H appliqué, le matériau peut se comporter de trois façons différentes , comportement que nous résumons sur la figure I.4.

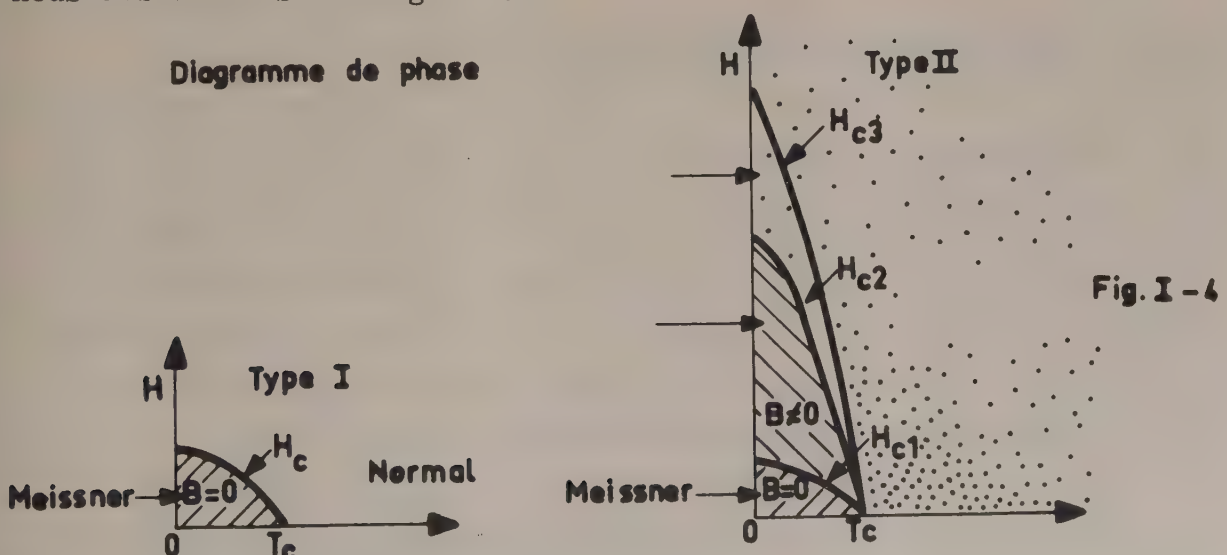


Fig. I - 4

a) L'exclusion du champ de l'échantillon est totale pour des valeurs de H appliquées inférieures à H_{c1} . H_{c1} est appelé premier champ critique.

b) Pour $H_{c2} > H > H_{c1}$, l'induction magnétique pénètre graduellement. Un nouvel état apparaît caractérisé par des tourbillons de courant piégeant le flux et communément appelé "état mixte" ou "état de vortex".

c) Pour $H_{c2} < H < H_{c3}$, la supraconductibilité ne persiste que sur une mince couche superficielle $\simeq$ 0,1 μ avec $H_{c3} = 1,69\ H_{c2}$ [7].

d) Pour $H > H_{c3}$, l'état normal est partout rétabli. Dans l'état mixte [5 - 6], les lignes de force traversent le matériau dans des zones de rayon λ_L, au centre desquelles se trouvent des "coeurs normaux" d'axe parallèle à la direction du champ magnétique appliqué. Les coeurs sont assimilés à des cylindres [8] de rayon ξ_o. Autour des zones de rayon λ_L, le matériau est supraconducteur et diamagnétique. Ce dernier état étant assuré par :

- une nappe de courants circulant à la surface du matériau et faisant écran au champ magnétique appliqué,
- des courants (ou tourbillonnaires) tournant autour de chaque "coeur" à l'intérieur des zones. L'ensemble d'un "coeur normal" et des courants tourbillonnaires associés, constitue un vortex [9 - 10].

I.2.2 - Les supraconducteurs durs de type II

La distinction en deux types est alors claire : pour le type I la supraconductivité disparaît lorsque le matériau est exposé à un champ H_c relativement bas $\sim$ 400 gauss, mais pour le type II, elle subsiste jusqu'à un champ H_{c2} de l'ordre de quelques dizaines de milliers de gauss. Il est admis aussi, que certains défauts [11] métallurgiques dans le matériau de type II, s'opposent au déplacement des vortex.

Ces supraconducteurs de type II possèdant dans leur réseau des défauts, sont appelés supraconducteurs durs de deuxième espèce.

I.2.3 - Notion de densité de courant critique

Lorsqu'un matériau de type II dur, est parcouru par un courant, le réseau de tourbillons est soumis à la force de Laplace dont la valeur pour un élément de volume dv est:

$$d\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B}\, dv$$

où $\vec{J}$ est la densité de courant et $\vec{B}$ l'induction [12].

Pour que le réseau soit en équilibre, en présence d'un champ électrique E , il faut qu'il existe une force dite d'ancrage opposée à la force de Laplace qui possède schématiquement une valeur "absolue maximale" $F_p(B)$. Il lui correspond la force de Laplace critique $(\vec{J} \times \vec{B})_c$ telle que:

$$(\vec{J} \times \vec{B})_c + \vec{F}_p(B) = 0$$

Cette équation montre qu'il existe donc une limite macroscopique à la densité de courant admissible dans un supraconducteur. Cette densité de courant limite, est appelée densité critique du matériau : J_c .

Elle est très faible pour les supraconducteurs de type I et localisée à la surface du matériau. Par contre elle règne dans tout le volume des supraconducteurs de type II, et en raison des forces d'ancrage résultant des défauts métallurgiques, elle est très élevée. Ainsi, dépendant de l'état métallurgique, la densité J_c est une caractéristique de l'échantillon de type II utilisé.

Typiquement, sur la figure I.5, nous reportons les valeurs de J_c en fonction du champ magnétique H, pour les matériaux Nb Zr, Nb Ti et Nb_3Sn, tous supraconducteurs durs.

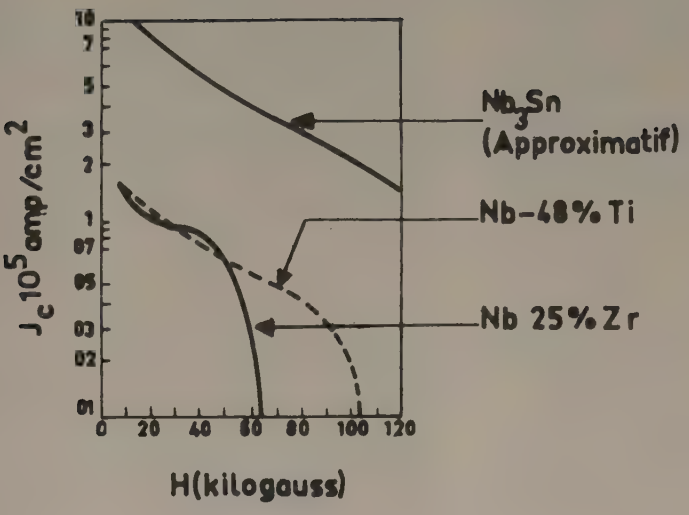


Fig. I-5

Par opposition aux supraconducteurs de 1ère espèce utilisés pour réaliser des cavités résonnantes de q extrêmement grand à haute fréquence [13], les valeurs élevées de H_{c2}, de T_c, ainsi que de J_c, sont les raisons du grand intérêt technologique porté aux supraconducteurs de deuxième espèce durs (Nb Ti) notamment dans la construction de gros aimants [14], de dipoles ou de quadripoles,(gradient de champ constant) [15] pour accélérateurs.

Le développement des supraconducteurs durs, a entraîné alors la détermination de modèles simples rendant compte de l'état supraconducteur et facilement utilisables à l'échelle macroscopique. Nous allons en aborder trois qui sont complémentaires.

I.3 - Les modèles théoriques macroscopiques

I.3.1 - Modèles empiriques-expérimentaux

Gorter [16] fut le premier à considérer la force de Laplace et les forces d'ancrages qui s'opposent au déplacement des vortex dans le matériau.

Kim et ses collaborateurs [17] utilisèrent ensuite ce modèle pour expliquer leurs résultats expérimentaux qui montrent que les densités critiques des supraconducteurs durs sont définies par la relation :

$$\alpha = J_c (\mu_o H + B_o^*) < \alpha_c \qquad (I.9)$$

où α_c et B_o^* sont des constantes liées à la structure du matériau. La variation de J_c en fonction de B est alors pratiquement hyperbolique. La relation [18]:

$$J_c = \alpha_c (\mu_o H_{c2} - B) / (B + B_o^*) \qquad (I.10)$$

exprime également une variation hyperbolique.

Anderson-Kim [19] donnent un fondement théorique à la précédente relation, et calculent que l'équilibre stable entre les forces d'ancrage et les forces de Laplace dépend de la température : la variation de α_c a pour expression, en fonction du champ critique et de la température :

$$\alpha_c = k_1 H_c^2 (T) - k_2 . T \qquad (I.11)$$

k_1 et k_2 contenant les paramètres géométriques et magnétiques du matériau.

I.3.2 - Modèle de l'état critique isotherme

Si l'on refroidit un supraconducteur en absence de champ, on admet que la densité de courant est nulle en tout point du matériau. Si maintenant on fait varier le champ magnétique H à la surface du matériau, il pénètre de telle sorte que $J = J_c$, dans la région où le champ magnétique a varié, et cette valeur de densité J_c subsiste, si la variation du champ H à la surface s'arrête. Donc dans cette région du supraconducteur:

$$\overrightarrow{rot}\, H = \vec{J}_c$$

Par contre la densité de courant reste nulle dans les régions du supraconducteur où le champ magnétique n'a pas varié.

Bean [20] considère que la magnétisation des supraconducteurs durs est créé par des courants de blindage, ou diamagnétiques, existant dans le matériau, et s'opposant à la pénétration du flux magnétique, ce qui entraîne l'hystérésis lorsque le champ appliqué H_o est:

$$H_{c1} < H_o < H_{c2}$$

De plus, dans la plupart des applications pratiques, Bean admet que J_c varie peu ou pas avec le champ, soit J_c = Cte.

Par ailleurs on admettra que la perméabilité magnétique du supraconducteur dans l'état mixte est identique à celle du vide μ_o [21].

a - Relation entre B, J_c et la pénétration de champ

Le modèle de Kim-Anderson implique une variation parabolique de l'induction B dans le supraconducteur. L'abscisse x où l'induction s'annule, dans une plaque infinie d'épaisseur 2a, Figure I.6.a, s'exprime par :

$$x = a - (B_{ex}^2 + 2 B_o^* B_{ex}) / 2 \mu_o \alpha_c \qquad (I.12)$$

et la valeur de l'induction à l'intérieur du matériau s'écrit :

$$B = - B_o^* + \sqrt{2 \mu_o \alpha (x - a) + (B_{ex} + B_o^*)^2} \qquad (I.13)$$

Le modèle de Bean implique, puisque J_c = Cte, une variation linéaire de l'induction B dans le matériau. Figure I.6.b. Les deux relations précédentes (I.12) et (I.13) deviennent alors :

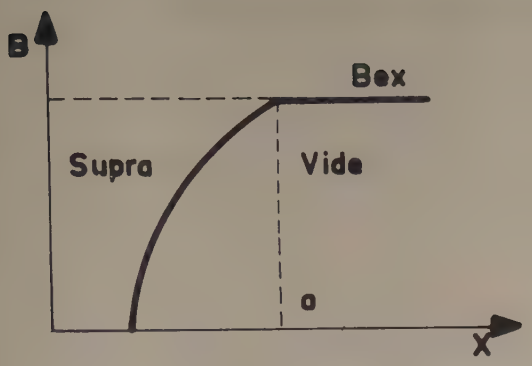


Fig. I-6a

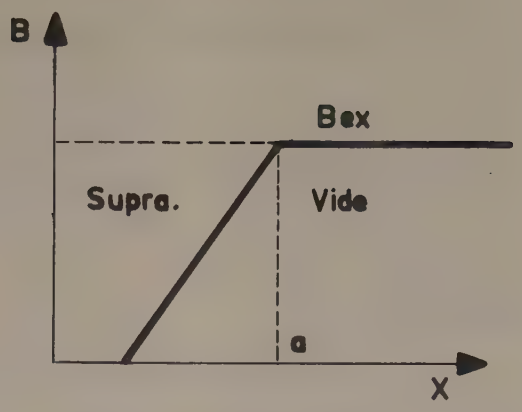


Fig.I-6b

$$x = a - \frac{B}{\mu_o J_c} \qquad (I.14)$$

et $$B = B_{ex} + \mu_o J_c (x - a) \qquad (I.15)$$

Dans le cas d'une plaque supraconductrice infinie, soumise sur ces deux faces, à une même valeur de champ magnétique, le schéma fondamental reliant le champ H et la densité J_c dans la plaque, est représenté figure I. 7. a. b. ci-dessous. ($H_1 = J_c . D/2$).

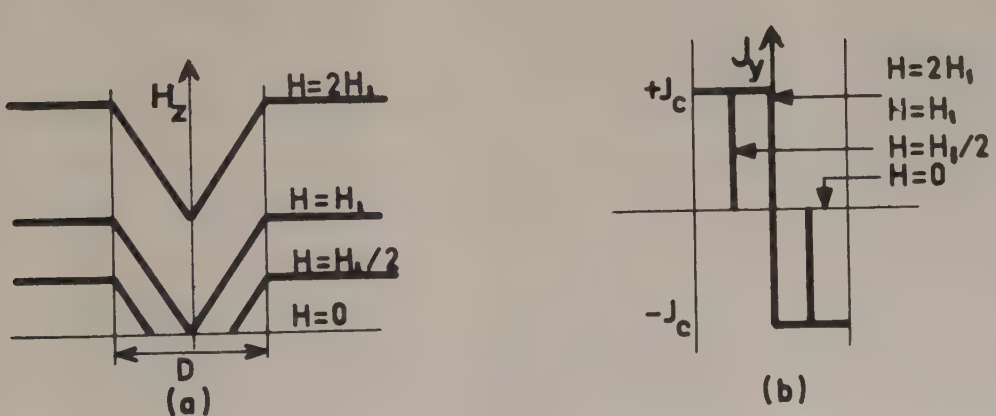


Fig. I-7

La plaque ne transportant pas de courant, on vérifie bien:

$$\int_{-a}^{+a} J_c \, dx = 0 \qquad (I.16)$$

Remarque

Cette intégrale est évidemment différente de zéro, lorsque la plaque transporte un courant, et le courant transporté par un conducteur est dit critique quand cette intégrale est maximale (vecteurs densité de courant dirigés tous dans le même sens).

b - Relation entre E et J_c

Lorsque le supraconducteur est le siège d'un champ électrique, il est dit dans l'état résistif. La loi expérimentale de E en fonction de J est représentée par la courbe Figure I.8.a

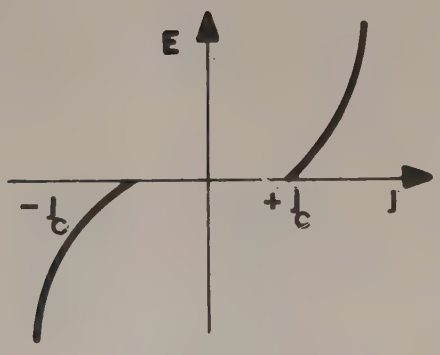


Fig. I-8a

Une première schématisation de cette loi $E = f(J_c)$ est apportée par "l'état résistif non simplifié".

- Etat résistif non simplifié

Il est caractérisé par la non linéarité entre le champ électrique et la densité de courant (Figure I.8.b).

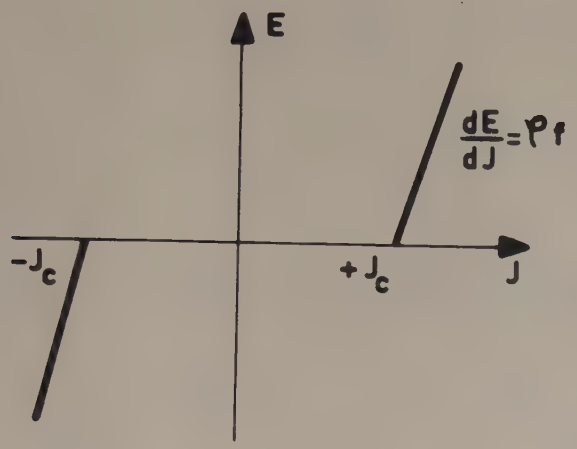


Fig.I-8b

Pour $J < J_c$ $\longrightarrow$ $E = 0$

Pour $J > J_c$ $\longrightarrow$ $E = \rho_f (J - J_c)$

où ρ_f est la résistivité du supraconducteur dans le régime dit du "flux flow" [12 - 13]. Nous verrons que dans nos conditions d'expérience, le champ électrique est faible (le plus souvent inférieur à 1 μV/cm). La résistivité ρ_f est élevée ($\rho_f \simeq \rho_N H / H_{c2}$) [34] où ρ_N est la résistivité du supraconducteur à l'état normal.) La contribution du terme E/ρ_f à la densité de courant dans le supraconducteur peut être négligée : c'est "l'état résistif simplifié" (Figure I.8.c).

- Etat résistif simplifié

La simplification que nous adopterons est

$$\rho_f = \frac{dE}{dJ} \rightarrow \infty$$

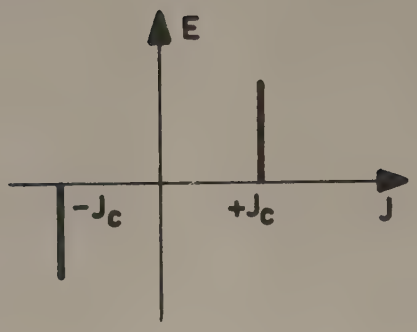


Fig.I - 8c

Le modèle de Bean, tel que nous l'avons décrit suppose implicitement que :

à $E \neq 0$ est associé $J = J_c$ (I.17a)

et à $E = 0$ est associé soit : $J = \pm J_c$ (I.17b)

soit : $J = 0$

Le modèle décrit, suppose que le système est isotherme dans le temps et dans l'espace.

I.3.3 - Effet d'une variation de la température

Supposons un échantillon pénétré par l'induction à une certaine température T_o : il existe $J_c(B, T_o)$ dans la couche pénétrée. Si maintenant on refroidit le matériau de T_o à T_1, B étant maintenu constant à sa surface, les distributions internes de B et de J correspondantes à T_o persistent. En effet, à la température T_1, les forces d'ancrage sont supérieures à ce qu'elles étaient à la température T_o, par conséquent le réseau de vortex ne se déplace pas. Par contre si la température T_1 est supérieure à T_o, les forces d'ancrage diminuent et la distribution de J et de B à T_o ne peut subsister pour cette température T_1. La nouvelle distribution

(Figures I. 9. a. b. c) est conforme au modèle de l'état critique, c'est-à-dire que la densité de courant dans la région de pénétration de l'induction est :

$$J = J_c(T_1) < J_c(T_o)$$

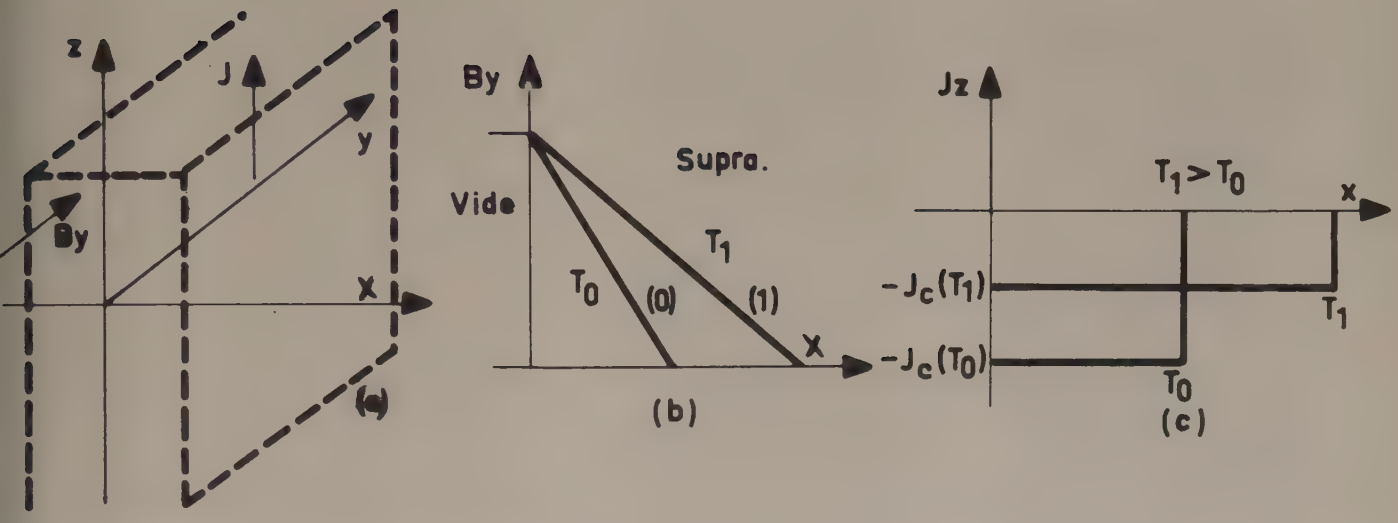


Fig. I-9

Ainsi une augmentation de température se traduit par une variation de flux magnétique dans le matériau donc par une dissipation de chaleur.

I. 4 - Intérêts du modèle de Bean

I. 4. 1 - Les énergies dissipées

Le modèle de l'état critique isotherme ne prétend pas décrire le phénomène de supraconduction. Il fournit simplement une relation approchée entre le champ électrique E, et la densité de courant J, pour le matériau considéré à l'échelle macroscopique. Ce modèle est particulièrement intéressant lorsqu'il y a variation dans le temps du champ extérieur. La connaissance du champ électrique E et de J_c supposé uniforme, suffit à la détermination des énergies dissipées par effet Joule. Cette méthode donne

des résultats théoriques en bon accord avec les mesures faites dans différents laboratoires, en particulier : les travaux du Rutherfort Laboratory [25] les calculs et mesures sur les supraconducteurs en champs pulsés par Pouillange et al.[26], et les calculs des profils de B effectués par Mailfert et Fournet [27].

Dans cette étude nous calculerons à l'aide du modèle de Bean les énergies apparues lors d'instabilités. Définissons ci-dessous les instabilités.

I.4.2 - Les instabilités dans le modèle de Bean

Si une impulsion de température ΔT_o provoque une augmentation de température ΔT_1 qui lui est supérieure, une instabilité prend naissance. Si l'emballement thermique entraîne la transition du matériau, on dit que l'instabilité est totale, ou "le saut de flux" complet [28]. Si par contre l'emballement se termine à une température inférieure à la température de transition, il s'agit d'une instabilité limitée : le saut de flux est limité.

Il est admis généralement que la durée d'un saut de flux est de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-5} secondes [29] et si l'instabilité est totale (saut de flux total ou complet) le supraconducteur perd en 10^{-4} ou 10^{-5} secondes ses propriétés supraconductrices [30 - 31]. Nous limiterons notre étude à l'incidence des instabilités précédemment définies sur les performances d'un supraconducteur.

Nous relierons aux instabilités, la dégradation du matériau, définie comme le complément à l'unité du rapport I_b/I_c, rapport du courant maximum transporté au courant critique.

Nous nous intéresserons aux techniques ayant pour but de remédier à cette dégradation, techniques que l'on qualifie de stabilisation.

Nous allons maintenant rappeler les études antérieures sur le sujet et nous décrirons ensuite les processus de calcul que nous avons utilisés pour déterminer, à l'aide du modèle de Bean, les expressions des courants admissibles dans les échantillons.

II - CONTOURS ET LIMITES DE L'ETUDE

II.1 - La stabilisation

II.1.1 - Définition

La dégradation est définie comme le complément à l'unité du rapport courant transportable au courant critique, soit $1 - I_b/I_c$.
Un matériau supraconducteur est stable lorsque la dégradation est nulle, c'est-à-dire $I_b/I_c \equiv 1$. Le problème de la stabilisation, peut être abordé sous deux aspects.

II.1.2 - Les mécanismes de la stabilisation

a) Dans une première démarche de caractère pratique, on ne cherche pas à connaître le mécanisme interne de la dissipation d'énergie due aux instabilités dans le matériau, mais au contraire, à mettre en oeuvre le moyen d'évacuer ou d'absorber cette énergie de manière telle que les performances du matériau ne soient pas altérées : c'est la stabilisation dite totale.

b) La seconde attitude consiste à démontrer que les instabilités magnétiques sont la cause de la dégradation et à rechercher les paramètres physiques qui provoquent ces instabilités. Il est alors possible de les pré-

venir, donc d'atteindre les performances optimum du supraconducteur : c'est la stabilisation intrinsèque.

Schématiquement il y a la prévention : stabilisation intrinsèque et la médication : stabilisation totale.

Nous allons voir qu'en fait la distinction n'est pas aussi claire.

II. 2 - Les études antérieures sur le sujet

II. 2. 1 - Stabilisation totale

Avant d'établir les conditions d'apparition des instabilités, considérons dès maintenant l'influence des paramètres, tels que barrière thermique et échange thermique sur la dégradation du courant, comme le fait Stekly [32]. Son but est double :

- le supraconducteur doit pouvoir transporter son courant critique,
- en cas de transition accidentelle, récupérer ses propriétés supraconductrices.

Le procédé technologique est très simple : Un matériau normal tel que le cuivre, bon conducteur électrique plaqué sur le supraconducteur, prend en charge une fraction du courant transporté lorsque le matériau se trouve dans l'état résistif. En faisant le bilan thermique entre l'énergie dissipée par effet Joule dans le conducteur et le supraconducteur, et l'énergie évacuée par transfert à la surface du matériau, Stekly met en évidence un paramètre dit de stabilité, dont l'expression est :

$$\alpha = \frac{\rho I_c^2}{h\, p\, A\, (T_b - T_c)} \qquad \text{(II. 2)}$$

avec

ρ = résistivité du métal normal

h = coefficient de transfert thermique

p = périmètre mouillé

A = section du métal normal

T_b = température du bain

T_c = température critique

Cette méthode a été appliquée lors de la réalisation de gros aimants, et a donné des résultats satisfaisants [33].

II. 2. 2 - Stabilisation intrinsèque

a) Stabilisation adiabatique ou enthalpique

Nous rappelons sous ce titre les travaux de Hancox, [34] qui étudie la possibilité d'évolution rapide d'un profil d'induction dans des conditions adiabatiques. Pour cela il suppose que le matériau est soumis à une petite perturbation, et il compare les énergies mises en jeu lors du passage du profil initial à un profil final.

Si l'on compare l'énergie q_m développée dans ce changement de profil à l'énergie q_T admissible par le supraconducteur lorsqu'il passe d'une température T_o à une température T_1 : deux cas de figures apparaissent :

1 - Figure II. 1. a : q_m est toujours plus petit que q_T et une seule solution existe: $T_1 = T_o$. Le système est stable après une perturbation locale.

2 - Figure II.1.b : le système est instable dans le cas d'une petite perturbation.

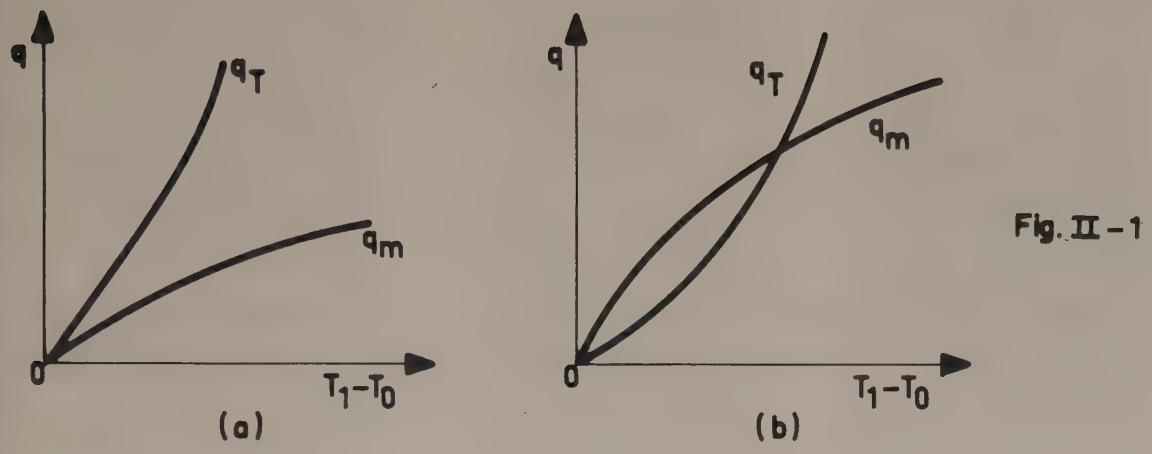


Fig. II-1

Donc si la pente initiale de q_m en fonction de $T_1 - T_o$ est plus grande que la pente initiale de q_T l'instabilité se produit. Le point d'intersection représente l'état d'équilibre entre l'énergie thermique et l'énergie admissible. Si l'abscisse de ce point correspond à une température supérieure à la température pour laquelle le courant transporté est critique, il y a transition du matériau. Dans le cas contraire le matériau reste supraconducteur et le profil final se maintient après retour à la température T_o.

Le point d'équilibre entre q_T et q_M peut être modifié par la variation de l'une ou l'autre des énergies. Ainsi Hancox montre que la réduction de la section du matériau conduit à une diminution de l'énergie dissipée dans le supraconducteur. La stabilité peut aussi être obtenue en augmentant l'énergie admissible par accroissement de la capacité calorifique (stabilisation enthalpique).

b) Concept de niveau de champ

Swartz et Bean [35] se placent dans les conditions suivantes :

une plaque supraconductrice est refroidie dans un champ magnétique H_o parallèle à ses faces. Ensuite on fait croître ce champ extérieur jusqu'à une valeur H_s, la température du matériau restant constante, le champ magnétique pénètre à une profondeur :

$$\delta = \frac{H_s - H_o}{J_c}$$

A ce niveau de champ H_s appliqué à l'échantillon, on impose un accroissement ΔH dans des conditions telles que le temps de cet accroissement est court comparé au temps de diffusion thermique, et long vis-à-vis du temps de diffusion de l'induction locale dans le matériau. Cette variation ΔH du champ appliqué provoque une dissipation d'énergie dans le matériau liée à la pénétration du flux. La chaleur ainsi dissipée, élève la température du supraconducteur. La densité de courant critique J_c diminue entraînant une nouvelle pénétration du flux. Les auteurs déterminent une valeur H_j de H_s à partir de laquelle ce processus devient cumulatif (saut de flux) :

$$H_j = \frac{\pi}{2} \left[-\frac{1}{\mu_o} C \frac{J_c}{\frac{\partial J_c}{\partial T}} \right]^{1/2} \qquad \text{(II. 2)}$$

où C représente la chaleur spécifique.

Pour $H_s < H_j$ le profil d'induction correspond à un régime pratiquement isotherme, tandis qu'à partir de H_j le profil correspond à un régime adiabatique.

c) Théorie de Wipf [36]

Le concept adopté par Wipf est plus fondamental. La stabilité du profil d'induction résulte de l'équilibre entre les forces de Lorentz et les forces d'ancrage F_p. Pour le cas simple de la plaque refroidie dans

un champ nul, Wipf utilise dans ses calculs les relations empiriques habituellement admises :

$$F_p(T) = F_p(T=0)\left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]^2 \qquad \text{(II.3.a)}$$

et $$\frac{\partial F_p}{\partial T} = \frac{\partial \alpha}{\partial T}\left(\frac{B}{B + B_o^*}\right) \qquad \text{(II.3.b)}$$

L'équation différentielle $$\frac{\alpha}{B + B_o^*} + \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \qquad \text{(II.3.c)}$$

avec des conditions aux limites convenables, conduit à l'expression du champ Hf_i au-delà duquel l'instabilité apparaît :

Soit : $$Hf_i = \frac{\pi}{4}\left[\frac{C}{\mu_o}\,\frac{T_c^2 - T^2}{T}\right]^{1/2} \qquad \text{(II.4)}$$

Cette équation est remarquable, car elle ne contient que la température critique, et la chaleur spécifique du matériau. Le paramètre α des forces d'ancrage n'intervenant pas.

Remarque :

Le calcul est effectué dans des conditions isothermes. La relation de Swartz et Bean (II.2) associée aux relations (II.3.a) et (II.3.b) conduit à la relation donnée par Wipf pour Hf_i.

II.2.3 - Stabilisation dynamique

Alors que dans le cas de la stabilité adiabatique on écrit que l'énergie dissipée se traduit essentiellement en variation d'enthalpie qui doit rester inférieure à une limite définie, nous admettons maintenant que c'est la puissance dissipée qui doit rester inférieure à la puissance échangée avec le monde extérieur. La notion de puissance remplace donc la notion d'énergie.

La stabilisation dynamique va consister à préciser la variation du flux, c'est-à-dire à diminuer la diffusivité magnétique et à augmenter la diffusivité thermique pour accélérer l'évacuation de l'énergie dissipée. Cela est réalisé en divisant le supraconducteur en filaments fins que l'on coétire dans une matrice de cuivre [37].

Il existe aussi d'autres méthodes, notamment celle dite de courant de récupération, elles utilisent toutes la même conception de la diffusivité et du transfert thermique [38 - 39] en fonction du temps.

Certains auteurs [40 - 41] relient le niveau Hf_i défini par Wipf, à la variation dans le temps du champ H appliqué, en résolvant pratiquement l'équation de la chaleur dans un cas simple.

II. 3 - Calculs théoriques des énergies apparues

II. 3. 1 - Détection des instabilités

Nous venons de voir que les méthodes d'études utilisant la notion d'instabilité analysent finement les phénomènes magnétiques. En utilisant le modèle de l'état critique, nous rechercherons théoriquement et expérimentalement l'incidence du passage d'un courant dans un supraconducteur, sur les instabilités magnétiques. Cet effet étant établi, il est possible de relier aux instabilités la disparition des propriétés supraconductrices de l'échantillon. Pour cela on mesure le courant transporté par le conducteur au moment de la transition et l'on vérifie qu'effectivement une instabilité totale est alors théoriquement possible. Cette étude sera étendue aux différentes configurations de champ possible (champ appliqué, dit polarisant, relié ou non, au courant transporté).

Conformément au modèle de Bean, la profondeur de pénétration δ de l'induction en fonction du champ extérieur appliqué H, et de J_c, s'exprime

dans le cas d'une plaque infinie par :

$$\delta = \frac{H}{J_c}$$

alors que la variation de l'induction pénétrée dans la même plaque à laquelle conduirait la loi de Kim:

$$J_c = \alpha_c / (\mu_o H + B_o^*)$$

serait parabolique, Figure II. 2. a.

Pour effectuer le calcul des pertes nous admettrons que :

$$J_c = \alpha_c / (\mu_o H_{ex} + B_o^*)$$

où H_{ex} est le champ polarisant. Cela revient à négliger l'influence sur J_c du champ propre.

Par conséquent, les profils de champ magnétique à l'intérieur du matériau sont supposés linéaires, comme dans le cas du modèle de Bean. Les figures II. 2. a et II. 2. b illustrent la situation lorsque la plaque

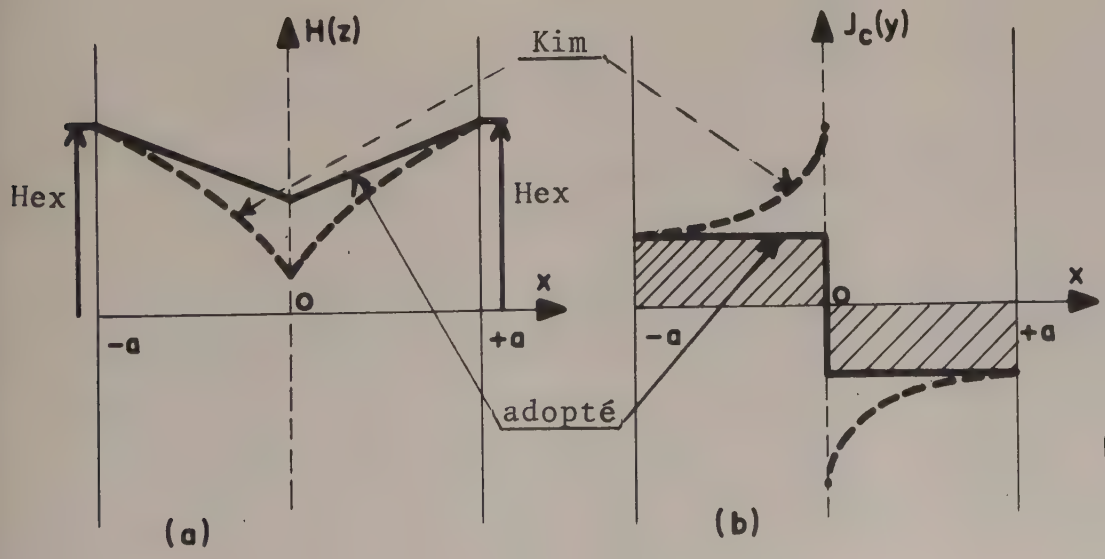


Fig. II-2

est soumise à un champ H_{ex} parallèle à ses faces.

II. 3. 2 - Profil de champ pénétré après le saut de flux

En admettant toujours dans le supraconducteur un régime isotherme, deux profils d'induction sont possibles après le saut de flux. Si la température atteinte est inférieure à celle pour laquelle, compte tenu du champ appliqué, le courant éventuellement transporté par une plaque d'épaisseur 2a est critique, le profil de champ, Figure II. 3, se stabilisera en (1'). Ce profil correspondra à une instabilité limitée. Si par contre après le saut de flux, la profondeur de pénétration en présence d'un courant transporté est égale à la demi-épaisseur de la plaque (profil (1)), l'instabilité est totale. Nous calculerons alors l'expression des pertes apparues lors de l'instabilité totale qui entraîne le passage du profil (0) au profil (1).

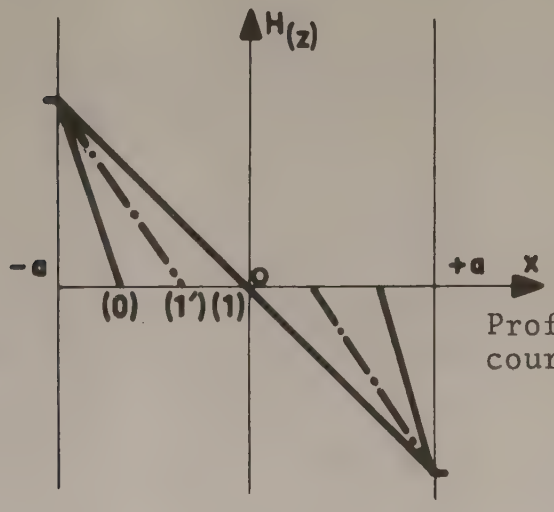


Fig. II - 3

Profils correspondants uniquement au courant transporté. (Th. d'Ampère)

II. 3. 3 - Energie dissipée lors d'une instabilité

En appelant $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$ le vecteur de Poynting, l'expression de la variation de l'énergie contenue dans un volume V limité par la surface S s'écrit :

$$\iint \vec{P}\, d\vec{S} = -\frac{d W_m}{dt} - \iiint \vec{E} \cdot \vec{J}\, dV = -\frac{d W_p}{dt} \qquad (II.5)$$

W_m = Energie magnétique emmagasinée

W_p = Energie totale

ce qui signifie, que dans un champ électromagnétique quelconque, la diminution pendant un temps Δt de la quantité d'énergie totale W_p localisée dans le volume V, est égale à l'intégrale par rapport au temps du flux du vecteur $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$ à travers la surface S .

Lorsque dans un échantillon se produit un saut de flux, cela entraîne une dissipation d'énergie Wf_i . Nous obtiendrons Wf_i en calculant la variation de l'énergie totale W_p à l'aide du vecteur de Poynting et en retranchant la variation de l'énergie magnétique W_m due à l'accroissement du champ dans le matériau, soit:

$$Wf_i = W_p - W_m \qquad \text{(II. 6)}$$

L'énergie magnétique s'exprime par :

$$W_m = \frac{\mu_o}{2} \iiint \left[H^2_{(1)} - H^2_{(0)} \right] dV \qquad \text{(II. 7)}$$

avec:

- $H_{(0)}$: champ magnétique pénétré avant le saut de flux
- $H_{(1)}$: champ magnétique pénétré après le saut de flux.

II. 4 - Calculs théoriques des énergies thermiques

II. 4. 1 - Paramètres fixant le régime thermique

D'une manière très générale, notre étude consiste à exprimer tout d'abord l'énergie dissipée lors d'instabilité, et à l'identifier à l'énergie thermique admissible. Cela permet ensuite de déterminer la valeur du courant transporté qui satisfait l'équation :

$$Wf_i - W_{thermique} = 0 \qquad \text{(II. 8)}$$

La résolution de l'équation ci-dessus nécessite la détermination des paramètres thermiques dont dépend la répartition des flux de chaleur apparus dans le matériau. Etudions ces paramètres qui sont :

- les diffusivités thermiques et magnétiques
- le coefficient d'échange thermique
- la chaleur spécifique du matériau.

a) Diffusivité magnétique et thermique : Définition

D'une manière générale l'équation de la diffusion, dans une direction, d'une grandeur y est :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{D} \frac{\partial y}{\partial t} \qquad \text{(II. 9)}$$

où D représente la diffusivité du matériau considéré.

La solution générale est alors dans un domaine $o < x < 21$

$$y = y_o + K_x + \sum_{n=1}^{\infty} y_n \exp(- n^2 t/\tau) \sin(n \pi x/2\,1) \qquad \text{(II. 10)}$$

où $\tau = (4/\pi^2)(1^2/D)$ est la constante de temps de diffusion. Les coefficients de y_n sont déterminés par la distribution au temps $t = o$.

L'expression de la diffusivité magnétique est :

$$D_m = \rho / \mu_o \ (m^2/s)$$

avec

ρ = résistivité (Ω m)

et $\mu_o = 4 \pi 10^{-7}$

Pour le Nb Ti, D_m est de l'ordre de 1. [42].

L'expression de la diffusivité thermique est :

$$D_{th} = k/C \ m^2/s$$

avec

k : conductivité thermique

C : chaleur spécifique.

Elle peut varier de $0,35.10^{-4}$ m^2/s pour le Nb_3Sn à $5,5.10^{-4}$ m^2/s pour le Nb 25 °/₀ Zr et $1,1.10^{-4}$ m^2/s pour le Nb 60 °/₀ Ti [43].

La constante de temps de diffusion thermique est alors pratiquement 10^3 à 10^4 fois plus grande que la constante de temps de diffusion magnétique.

La conductivité thermique [44] du Nb 40 °/₀ Ti (matériau étudié) est voisine de $k = 1,2.10^{-3}$ (W/cm°K).

b) Les échanges thermiques

La diffusivité magnétique élevée, et les dimensions relativement petites du supraconducteur (une centaine de microns au plus) expliquent la grande brièveté des sauts de flux, qui par ailleurs a été vérifiée expérimentalement [45].

Par conséquent, la puissance dissipée au cours d'un saut de flux est très forte.

La puissance calorifique échangée avec l'hélium est limitée par les mauvaises conditions d'échange [46], elle est de ce fait négligeable.

On peut donc considérer que le régime thermique est adiabatique lors du développement des instabilités dans le matériau.

En fait, en raison de la faible diffusivité thermique du supraconducteur à la fin d'un saut de flux limité, sa température n'est pas uniforme. Malgré cela, par souci de simplification, nous supposons le matériau isotherme à la fin d'un saut de flux. L'importance de la chaleur spécifique du supraconducteur est alors évidente, et son examen fait l'objet du paragraphe suivant.

c) Chaleur spécifique du supraconducteur

Si les lois de variation de la chaleur spécifique des métaux normaux en fonction de la température T, et du champ magnétique H, sont bien connues [47], il n'en est pas de même dans le cas des supraconducteurs.

Dans un métal, la contribution des électrons libres à la chaleur spécifique est considérable, elle se traduit par un terme C_e. Ainsi la chaleur spécifique à basse température est la somme de C_e et de la chaleur spécifique du réseau C_R, soit:

$$C = C_R + C_e \qquad (II.10)$$

$$= \beta T^3 + \gamma T \quad \text{avec selon Debye} \quad C_R = \beta T^3 \quad \text{et} \quad C_e = \gamma T$$

Sous certaines conditions la valeur de la chaleur spécifique du matériau à l'état normal C_n, à basse température, est plus élevée que celle de la chaleur spécifique du même matériau se trouvant dans l'état supraconducteur C_s. Ainsi, comme le montrent les courbes tracées pour différentes valeurs du champ magnétique, Figure II.4, il existe un point d'intersection entre les deux courbes état normal-état supraconducteur

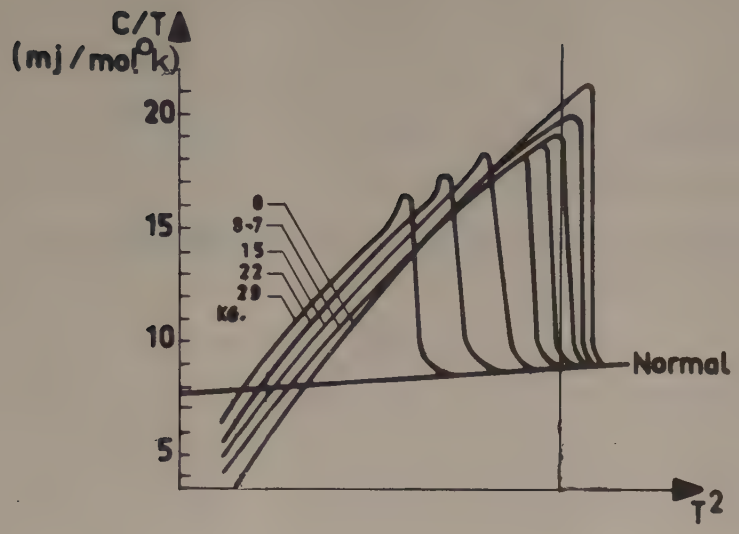


Fig. II-4
d'après 47 bis

et, de plus, la représentation de la chaleur spécifique à l'état supraconducteur présente un point de rebroussement à pente très grande en accord avec la loi de Rutger pour $T = T_c$

$$C_n - C_s = - \gamma \frac{T_c}{4 \pi} \left(\frac{\partial H_c}{\partial T} \right)^2$$

où H_c est le champ critique.

Les valeurs de la chaleur spécifique à 4,2°K et sous champ magnétique nul, du Nb 40 °/₀ Ti, varient selon les auteurs de 0, 05 mJ/cm^3°K [48] à 4, 5 mJ/cm^3 °K [49].

D'une manière générale, le comportement thermodynamique des supraconducteurs durs de type II, entraîne globalement une augmentation de C avec le champ magnétique H . De la relation générale donnée par Hamsphire [50]

$$C = 560 \frac{H}{H_c} \cdot T + 13 T^3 \qquad (J/m^3 °K) \qquad (II.12)$$

il résulte que C croît entre 1 et 2 mJ/cm^3 °K pour des champs compris entre 0 et 6 teslas à 4,2° K.

Cependant la décroissance de C en fonction de H, se déduit de certains résultats expérimentaux [51] et [52] obtenus sur les alliages titane/molybdène (très purs) et palladium-cobalt, dans un domaine limité de champ magnétique et de température.

En conclusion, nous retiendrons les valeurs publiées par Iwasa et Montgomery [49], citant l'auteur Russe Zbasnik, et d'ailleurs vérifié pour notre type de matériau par les travaux du C.E.N.G. [53] portant sur la mesure de la chaleur spécifique du matériau Nb 40 °/₀ Ti sous champ nul et en fonction de la température (courbe reportée en annexe).

Il ressort de ces travaux, que l'approximation que nous adoptons pour la variation de C en fonction de T est assez bien vérifiée par la loi :

$$C = \beta T^3$$

avec C = 4,5 mJ/cm^3 °K sous 4,2°K (et sans champ).

Les résultats des mesures de la chaleur spécifique en fonction du champ appliqué, dépendent très fortement du degré de pénétration de l'induction magnétique dans le volume du supraconducteur, car le volume du matériau occupé par les "coeurs normaux" est lié à ce degré de pénétration.

Comme nous verons de le voir, en ce qui concerne le Nb 40 °/₀ Ti, on ne trouve pas dans le littérature des résultats de mesure concordants. Aussi, et bien que ce choix soit arbitraire, nous adopterons dans les applications numériques, une décroissance de C avec H.

Nous venons d'analyser les différents paramètres intervenant dans nos calculs des énergies mises en jeu par les instabilités.

Précisons les modèles géométriques étudiés, et les configurations de champ pénétré dans le matériau avant le saut de flux, selon que ce matériau a été ou non refroidi dans le champ extérieur. Les profils de pénétration du champ une fois le courant établi, sont, comme nous le verrons, différents.

II. 5 - Les géométries et les configurations magnétiques

II. 5. 1 - Les modèles géométriques

L'étude expérimentale est toujours effectuée sur des fils de section circulaire. Ces fils contiennent un ou plusieurs brins supraconducteurs. Nous calculerons tout d'abord, en géométrie cylindrique, Figure II. 5. a, et à l'aide du modèle théorique décrit plus haut, le courant I_{ins} pour lequel débute un saut de flux. On le comparera au courant de blocage I_b qui provoque la transition du matériau (I_b pouvant être différent du courant critique I_c).

Ces courants étant calculés, nous établirons la validité du modèle de la plaque, qui permettra très simplement d'établir les énergies dissipées, dans les cas où la pénétration de champ est trop complexe pour être étudiée directement sur le fil rond.

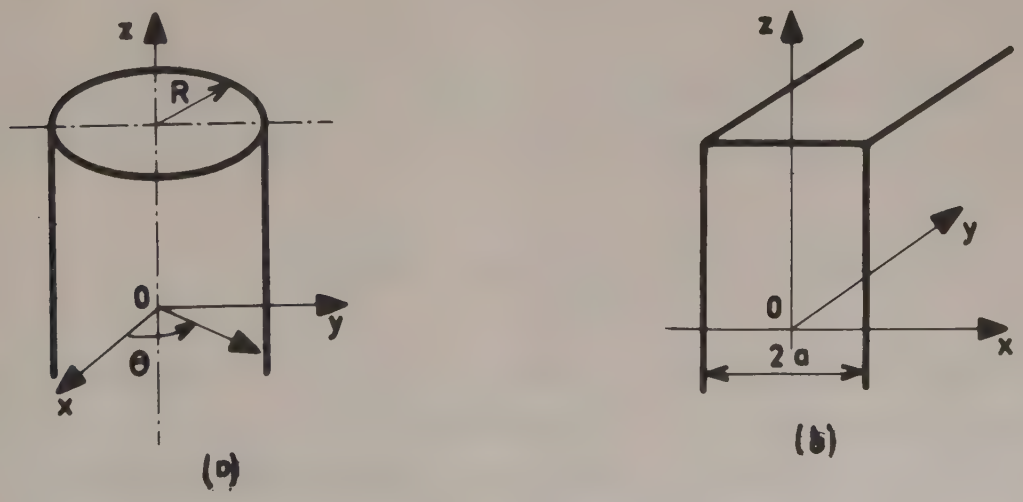


Fig. II - 5

Pour certaines configurations de champ, il est en effet possible de calculer les courants I_b dans le cas d'un fil rond et dans celui d'une plaque d'épaisseur 2a (Figure II.5.b), telle que $4\,a^2 = \pi\, r^2$. Si les résultats de ces calculs sont très voisins, la validité du modèle de la plaque est établie. Cet accord constaté, on établira des critères de stabilité valables pour la plaque que l'on contrôlera au moyen d'expériences réalisées sur fil rond. Nous établirons ensuite l'expression générale des pertes dans un supraconducteur tubulaire qui représente (Figure II.5.c) un composite multifilamentaire comportant une couronne de brins supraconducteurs.

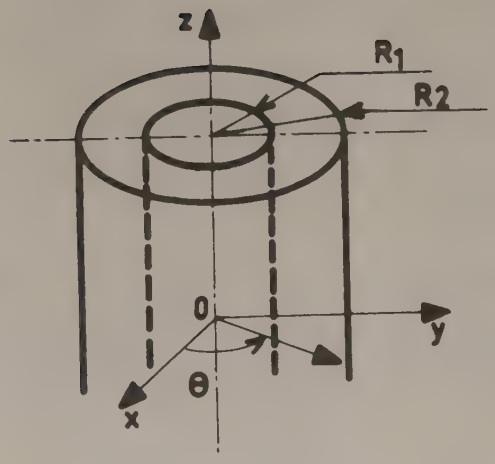


Fig. II-5c

Précisons maintenant les configurations magnétiques dans le matériau refroidi dans un champ extérieur H_o qui peut être nul à la limite.

II.5.2 - Les modèles de configuration magnétique

Soient tout d'abord les profils de pénétration de l'induction dans une plaque supraconductrice, ne transportant pas de courant et refroidie dans un champ extérieur H_o, elle est alors totalement pénétrée par l'induction $\mu_o H_o$. Figure II.6.

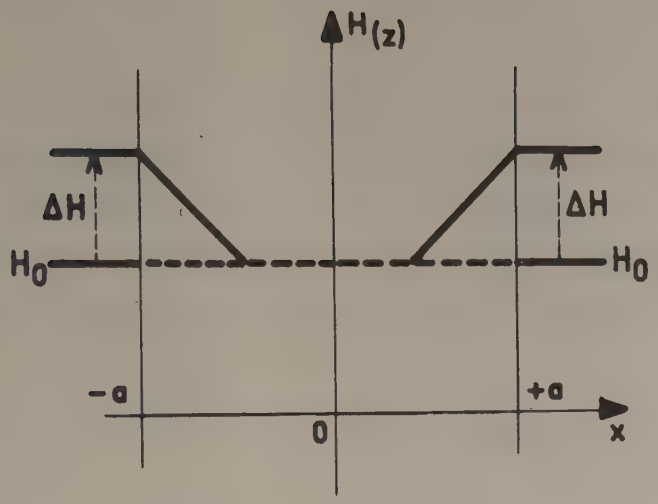


Fig. II-6

La pente de H_o (x) étant nulle : J ≡ 0 . Une petite augmentation ΔH à partir de ce niveau H_o du champ extérieur, entraîne par conséquent une nouvelle distribution de l'induction pénétrée. Nous admettons que la densité critique correspondante J_c est uniquement fonction du champ extérieur appliqué, ici H_o puisque $\Delta H \ll H_o$.

— Nous insistons ici, en faisant remarquer, que lorsque le supraconducteur a été, préalablement à toute mesure, refroidi dans un champ appliqué, ce champ est noté H_o .

— Si, toujours dans le cas où le supraconducteur est refroidi au-dessous de T_c dans H_o maintenu constant, un courant passe dans ce matériau, le théorème d'Ampère montre qu'il existe sur les faces de la plaque un champ H_i proportionnel à ce courant. Figure II. 7.

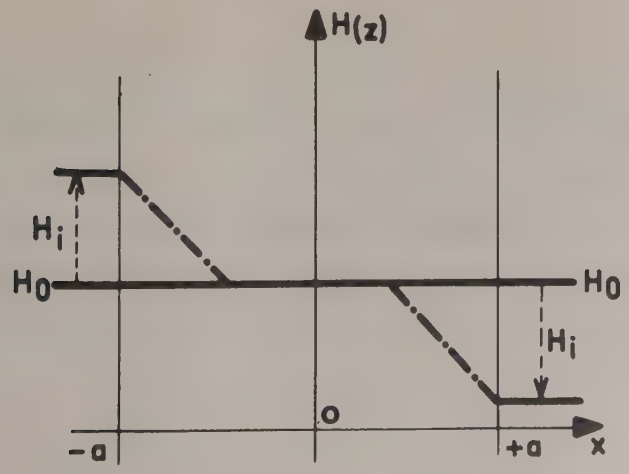


Fig. II -7

Schématiquement la configuration des inductions pénétrées sera alors représenté par la Figure II. 7.

— Dans le cas où la plaque transporte un courant I qui créé simultanément le champ H_i et un champ ΔH défini par $\Delta H = K_o I$ (comme c'est le cas dans un bobinage de constante magnétique K_o), les profils de champ pénétrés, sont alors représentés Figure II. 8 a pour $\Delta H < H_i$ et Figure II. 8 b dans le cas où $\Delta H > H_i$.

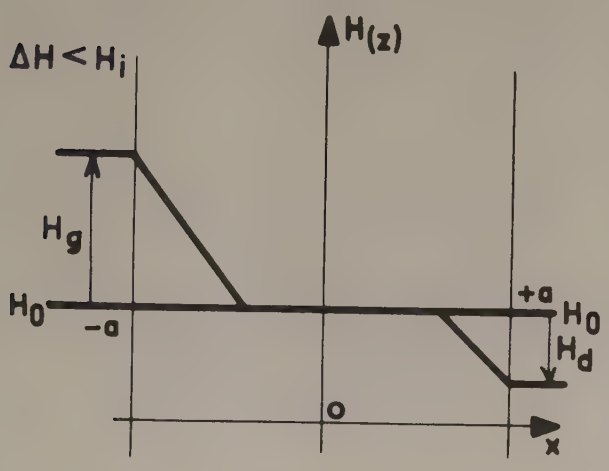


Fig. II-8a

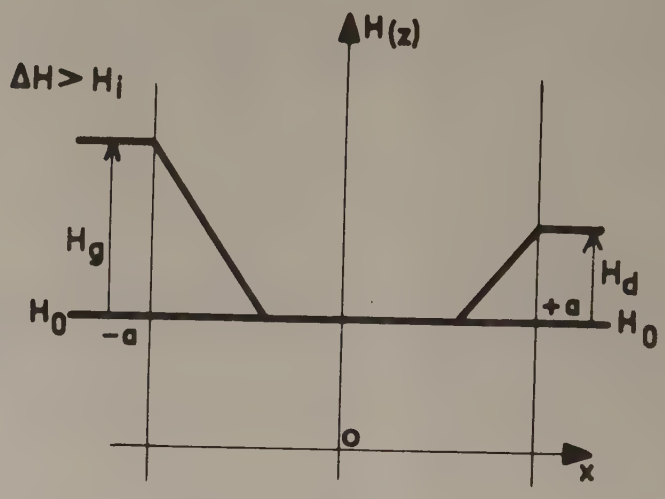


Fig. II-8b

Le champ magnétique alors à gauche de la plaque est :

$$H_g = \Delta H + H_i$$

et à droite

$$H_d = \Delta H - H_i$$

Examinons maintenant le cas où, préalablement au passage du courant transporté créant le champ H_i , la plaque est soumise à la variation du champ extérieur ΔH_{ex} à laquelle correspond le profil de pénétration noté (1) sur la Figure II. 9. Précisons que ce champ ΔH_{ex} est indépendant de tout courant dans le matériau.

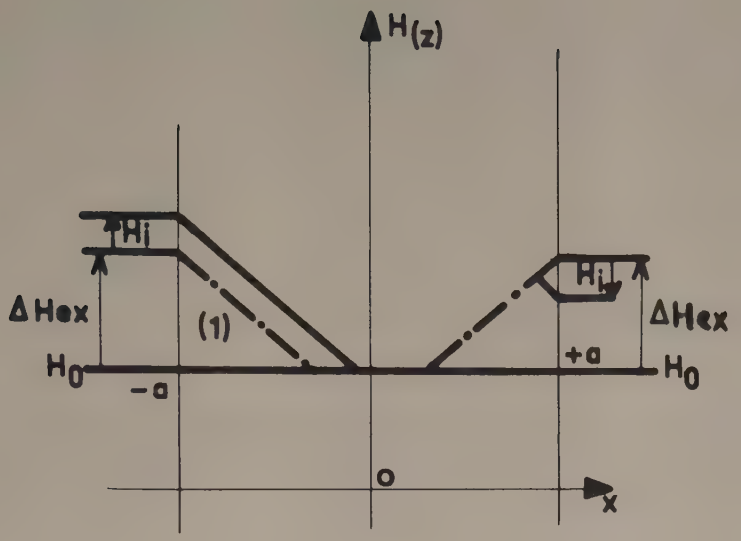


Fig. II - 9

Le passage du courant transporté modifie alors le profil (1) par un processus hystérétique qui perturbe le profil jusqu'à ce que:

$$H_i \geqslant 2 \Delta H_{ex}.$$

La séquence déterminant l'état magnétique du supraconducteur, est résumée dans le tableau suivant n° 1:

Champ magnétique H_o ($\neq 0$ ou $= 0$)

↓ puis :

Refroidissement du supraconducteur à la température de fonctionnement

↓ puis :

Variation ΔH_{ex} du champ magnétique à la surface ($\neq 0$ ou $= 0$)

↓ puis :

Passage du courant I auquel sont liés à la surface le champ propre H_i et un champ extérieur $\Delta H = K_o I$ avec $K_o \neq 0$ ou $= 0$.

En cas de saut de flux complet, le profil d'induction final serait le même dans les deux cas illustrés par les Figures II. 8 et II. 9, alors que les profils initiaux diffèrent : on peut donc s'attendre à des énergies dissipées différentes.

Le profil final de champ après le saut de flux complet, correspond à la température pour laquelle le courant transporté devient critique. La densité de courant critique finale est donc J_{cf} telle que :

$$H_i = a \cdot J_{cf}$$

(a étant la demi-épaisseur de la plaque).

Nous venons de préciser les conditions magnétiques à partir desquelles nous calculerons les énergies dissipées lors d'un saut de flux, dans un fil rond ou dans un élément de plaque infinie.

Ces énergies sont exprimées en fonction du courant transporté et permettent, par identification à la variation d'entalpie, de calculer les courants admissibles dans le matériau.

Nous nous intéresserons successivement aux états magnétiques résultant des séquences précises suivantes, reportées Tableau n° 2.

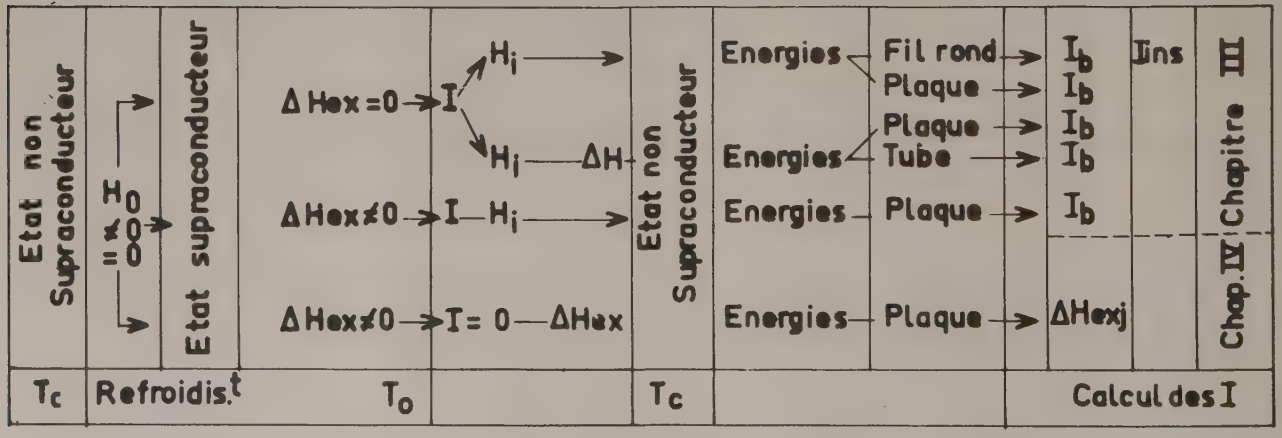


Tableau n° 2

Examinons maintenant sur échantillons refroidis dans le champ extérieur H_o , l'effet du champ propre H_i sur les instabilités et calculons les critères de stabilité du matériau.

III - INSTABILITES DANS UN MATERIAU SOUMIS APRES REFROIDISSEMENT A UNE VARIATION SIMULTANEE DE CHAMP ET DE COURANT

III.1 - Les effets du champ propre H_i

III.1.1 - Initiation des instabilités

Soit un fil rond dans un champ magnétique extérieur H_o, puis transportant un courant I, qui crée un champ magnétique que nous appelons champ propre H_i. Figure III.1.

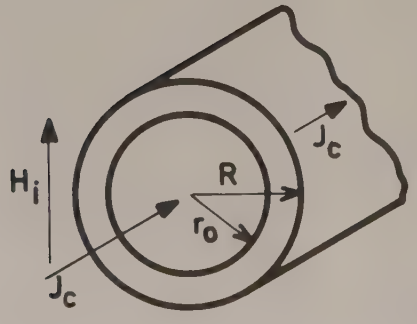


Fig. III -1

La pénétration du courant transporté se fait régulièrement de toute la surface vers l'intérieur. On fait croître le courant transporté, et l'on calcule le courant instable I_{ins}, à partir duquel s'amorce un saut de

flux, ainsi que le courant de blocage I_b qui peut être différent du courant critique I_c [54]. On supposera le régime thermique adiabatique durant une variation brusque du courant.

Soit le fil rond de rayon extérieur R , refroidi dans le champ magnétique transversal H_o, et tel que :

$$H_o + B_o^* / \mu_o >> I_b / 2 \pi R$$

où B_o^* est la constante de Kim. Nous pouvons supposer alors J_c pratiquement constant dans tout le volume du fil. Le courant va successivement pénétrer de la surface du fil jusqu'au rayon r_o tel que :

$$I = \pi J_c (R^2 - r_o^2) \qquad \text{(III.1)}$$

Le champ magnétique H_I dû au courant I dans la couche entre r_o et R (couche de pénétration), est donné par l'expression suivante :

$$H_I = \frac{I - \pi (R^2 - r^2) J_c}{2 \pi r} = \frac{\pi J_c (r^2 - r_o^2)}{2 \pi r} \qquad \text{(III.2)}$$

Il apparaît un champ électrique E tel que :

$$\overrightarrow{\text{rot}\, E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Etant donné que pour $r < r_o$ ce champ électrique E est nul, il est exprimé dans la couche de pénétration par:

$$E = \int_{r_o}^{r} \mu_o \frac{\partial H_I}{\partial t} dr = \frac{\mu_o}{2 \pi} \frac{\partial I}{\partial t} \text{Log} \frac{r}{r_o} \qquad \text{(III.3)}$$

si l'on néglige à ce stade la variation de J_c dans le temps.

La densité volumique de puissance P, dissipée dans la couche de pénétration est :

$$P = E J_c = \frac{\mu_o J_c}{2\pi} \frac{\partial I}{\partial t} \operatorname{Log} \frac{r}{r_o} \qquad \text{(III. 4)}$$

La densité volumique des pertes ΔW, dissipée pendant un changement de courant ΔI est :

$$\Delta W = \frac{\mu_o J_c}{2\pi} \Delta I \operatorname{Log} \frac{r}{r_o} \qquad \text{(III. 5)}$$

En supposant que ΔI se produit dans un temps très court durant lequel les pertes apparues ne peuvent diffuser, ni dans le volume du supraconducteur, ni dans le milieu environnant, on détermine à l'aide de (III. 5) l'échauffement ΔT correspondant à la variation ΔI dans la couche de pénétration :

soit :
$$\Delta T = \frac{\Delta W}{C} = \frac{\mu_o J_c}{2\pi C} \Delta I \operatorname{Log} \frac{r}{r_o} \qquad \text{(III. 6)}$$

où C est la chaleur spécifique du supraconducteur par unité de volume.
A cet échauffement ΔT correspond une diminution $\Delta J_{c\,\Delta T}$ de J_c :

$$\Delta J_{c\,\Delta T} = - \frac{\partial J_c}{\partial T} \Delta T$$

$$= - \frac{\partial J_c}{\partial T} \cdot \frac{\mu_o J_c}{2\pi C} \Delta I \operatorname{Log} \frac{r}{r_o} \qquad \text{(III. 7)}$$

$\frac{\partial J_c}{\partial T}$ étant constant dans tout le volume de la couche de pénétration, ce qui est vrai dans la plupart des cas, l'intégration de $\Delta J_{c\Delta T}$ dans toute la section de la couche pénétrée, provoque une diminution $\Delta I_{\Delta T}$ du courant due à l'échauffement :

$$\Delta I_{\Delta T} = \int_{r_o}^{R} \Delta J_{c\,\Delta T} \cdot 2\pi r\, dr$$

$$= (\mu_o I_c \frac{\partial J_c}{\partial T} / 4\pi C) \cdot \Delta I [\, \mathrm{Log}(1 - i) + i \,] \qquad \text{(III. 8)}$$

$$\text{où } i = \frac{I}{I_c} = \frac{I}{\pi R^2 J_c} \qquad \text{(III. 9)}$$

est appelé le courant réduit.

Suivant le critère de Hancox [34], la pénétration de courant devient instable pour un certain courant I_{ins}, tel que le rapport $(-\Delta I_{\Delta T}) / \Delta I$ est égal à 1 : c'est-à-dire que la variation de courant résultant de l'échauffement est égale ou supérieure à celle qui l'a créée. Le courant réduit correspondant à l'amorçage de l'instabilité i_{ins} peut donc être calculé à partir de l'équation suivante :

$$\frac{-\Delta I_{\Delta T}}{\Delta I} = \frac{\mu_o I_c (-\frac{\partial J_c}{\partial T})}{4\pi C} (-\mathrm{Log}(1 - i_{ins}) - i_{ins}) = 1 \qquad \text{(III. 9. a)}$$

qui s'écrit encore :

$$-\frac{4\pi C}{\mu_o I_c \cdot \frac{\partial J_c}{\partial T}} = -[\, i_{ins} + \mathrm{Log}(1 - i_{ins}) \,] = \eta_{ins} \qquad \text{(III. 9. b)}$$

Expression analogue à celle obtenue par Walters [55]. Comme i_{ins} peut varier de 0 à 1, la relation (III. 9. b) montre qu'il existe toujours une valeur de I_{ins} quel que soit I_c, $\frac{dI_c}{dT}$, et C, lorsque la distribution de J dans le fil est celle que nous venons de considérer. Il n'en serait pas ainsi pour un fil rond soumis, après refroidissement, à la variation d'un champ de direction orthogonale à son axe.

Nous avons résolu graphiquement (Courbe III.1) les équations (III.9.b), afin de déterminer la valeur du courant I_{ins} que transporte le fil rond, et pour laquelle s'amorce une instabilité magnétique.

Les solutions I instables en fonction de la température T_o du bain sont reportées sur la Courbe III.2, pour trois valeurs de champ magnétique H_o extérieur appliqué (pour un type de matériau).

Une condition complémentaire doit être encore satisfaite pour que l'instabilité initiée soit une instabilité totale, c'est-à-dire pour que le courant à partir duquel l'instabilité s'amorce devienne un courant de blocage I_b ; l'énergie dissipée dans le supraconducteur pendant la pénétration du courant du rayon r_o jusqu'à l'axe, doit être suffisante pour échauffer le supraconducteur de façon que le courant critique correspondant à cette température obtenue, soit inférieur au courant appliqué.

Nous calculons pour cette configuration magnétique de révolution, l'énergie dégagée lors d'un saut de flux. Nous la traduisons en variation d'enthalpie du matériau, et nous déterminons les valeurs des courants transportés I_b provoquant la transition du matériau. Nous comparons ces valeurs I_b aux courants I_{ins} déjà déterminés.

III.1.2 - Instabilités totales : Energies apparues

Le calcul de cette énergie dissipée pendant la pénétration brusque du courant jusqu'à l'axe du fil, comme le fait Hancox [34 - 56], est effectué en admettant que la température après la pénétration du courant est uniforme. Ce critère nous permet dans le cas où il est satisfait, d'affirmer que le courant I_{ins} est aussi le courant de blocage I_b .

Le fil rond est parcouru par un courant I créant le champ propre $H_i = \frac{I}{2 \pi R}$ en coordonnées cylindriques (r, o, z), Figure III.2.a.

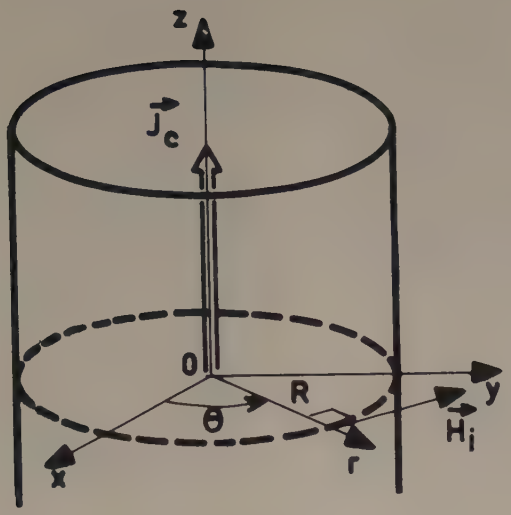


Fig.III-2a

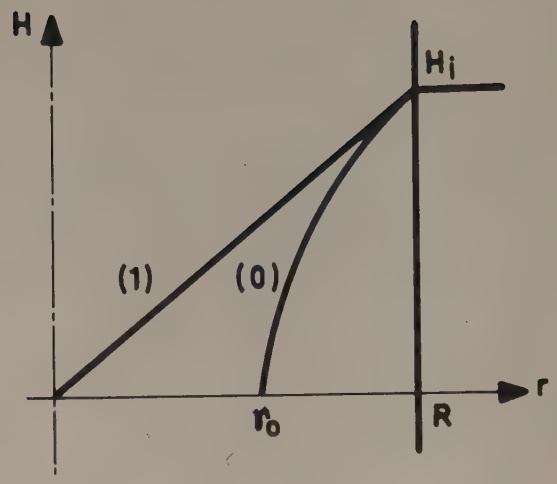


Fig.III-2b

La relation $\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{H} = \vec{J}_c$ s'écrit : $\frac{1}{r}\,\frac{\partial (r, H)}{\partial r} = J_c$. Dans ce cas les profils initial H(o), et final H(1), de champ (Figure III. 2. b), se déduisent de :

$$H(0)(r) = \frac{J_{c_i}}{2}\left[r - \frac{r_o^2}{r} \right] \quad \text{et} \quad H(1)(r) = \frac{J_{c_f}}{2}\, r = \frac{r}{R}\, H_i$$

Remarquons que le profil initial de pénétration du champ n'est pas linéaire en r .

Nous définissons le saut de flux par ses états initial et final :

	$T = T_o$; $J_c = J_{c_i}$	$T = T_1$; $J_c = J_{c_f}$
Etat initial	Profondeur de pénétration : $\Delta f_i = R - r_o$ avec $H_i = \frac{J_{c_i}}{2}\left[\frac{R^2 - r_o^2}{R}\right]$ et $I_o = J_{c_i}\,\pi\,[R^2 - r_o^2]$	Etat final — Profondeur de pénétration : $\Delta f_f = R$ avec $H_i = \frac{J_{c_f}}{2}\, R$ et $I_1 = J_{c_f}\,\pi\, R^2$.

Notons que $I_o = I_1 = H_i \cdot 2\pi R$

I_c est le courant qui passerait dans toute la couche s'il n'y avait pas transition prématurée due à l'élévation de température jusqu'à T_1.

I_b est le courant de blocage d'où :

$$i = \frac{I_b}{I_c} = \frac{R^2 - r_o^2}{R^2} = \frac{J_{c_f}}{J_{c_i}} \qquad \text{(Figure III. 2. C)}$$

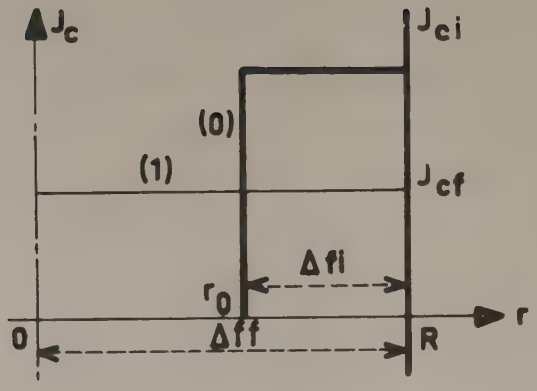


Fig.III-2c

Calculons les énergies apparues W_{sf} par unité de longueur. Nous avons vu (II.6) qu'elles apparaissent sous la forme de la différence de l'intégrale du flux du vecteur de Poynting, pendant le saut de flux, et de l'accroissement de l'énergie magnétique emmagasinée :

Soit alors :

$$W_{sf} = \pi R \int_o^{\tau} E(R)\, H_i(R)\, dt - \left[\int_o^R \frac{\mu_o}{2} H_{(1)}^2 \, 2\pi r \, dr \right.$$

$$\left. - \int_{r_o}^R \frac{\mu_o}{2} H_{(o)}^2 \, 2\pi r \, dr \right] \qquad \text{(III.10)}$$

où $H_{(1)}(r)$ et $H_{(o)}(r)$ sont les champs initial et final, avant et après le saut de flux dans le supraconducteur.

Exprimons les différents termes des énergies par unité de longueur :

$$W_{Poynting} = -\frac{\mu_o}{2} H_i^2 \pi R^2 \left(\frac{1 - i}{i}\right) 2 \text{Log} (1 - i) \qquad \text{(III.11.a)}$$

$$W_{magnétique} = \frac{\mu_o}{2} H_i^2 \pi R^2 \left(\frac{1 - i}{i}\right) \left[1 + \left(\frac{1 - i}{i}\right) \text{Log} (1 - i)\right] \qquad \text{(III.1 .b)}$$

et

$$W_{sf} = W_p - W_m \qquad \text{(III.12.a)}$$

Soit :

$$= -\frac{\mu_o}{2} H_i \pi R^2 \left(\frac{1 - i}{i^2}\right) \left[i + (1 + i) \text{Log} (1 - i) \right] \qquad \text{(III.12.b)}$$

L'énergie libérée par unité de longueur exprimée en courant critique est : avec I_{co} courant critique à $T = T_o$

$$W_{sf} = -\frac{\mu_o I_{co}^2}{8 \pi} (1 - i) \left[i + (1 + i) \text{Log} (1 - i) \right] \qquad \text{(III.12.c)}$$

L'énergie dissipée au cours du saut de flux complet est alors par unité de volume :

$$W_{sf} = -\frac{\mu_o}{8} R^2 J_c^2 (1 - i) \left[i + (1 + i) \text{Log} (1 - i) \right] \qquad \text{(III.13)}$$

Exprimons que le courant transporté I_b satisfait l'équation traduisant l'égalité de la variation d'enthalpie du matériau : $\int_{T_o}^{T_1} C \, d T$

et des énergies dissipées au cours du saut de flux;(T_1 est égale à T_{cBi}, température à laquelle le courant transporté dévient critique).

Cela revient à admettre, rappelons-le, que le matériau n'échange pas d'énergie avec le monde extérieur. De plus, nous supposerons la température uniforme dans le matériau durant le saut de flux.

En accord avec notre hypothèse faite au Chapitre précédent, sur la variation de la chaleur spécifique avec T , nous écrivons alors :

$$\pi R^2 \int_{T_o}^{T_{cBi}} \beta T^3 dT = - \frac{\mu_o}{8\pi} I_{co}^2 (1 - i) [i + (1 + i) \text{Log} (1 - i)] \quad \text{(III.14)}$$

La température T_{cBi} s'exprime en fonction de T_o , T_{cB}, et i_b Figure III.3, par:

$$T_{cBi} = T_o + (1 - i_b) [T_{cB} - T_o] \quad \text{(III.15)}$$

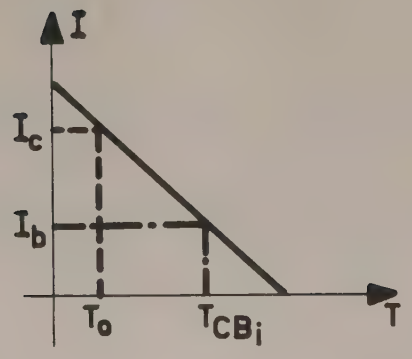


Fig. III-3

Dans ces conditions, l'équation précédente (III.14) est résolue graphiquement à l'aide de l'expression $\mathcal{Y}_{(ib)}$ qui est :

$$\mathcal{F}_{(i_b)} = -(1 - i_b)\,[i_b + (1 + i_b)\,\mathrm{Log}\,(1 - i_b)] = 8 \int_{T_o}^{T_{cBi_b}} \frac{C\,dT}{\mu_o J_{c_o}^{\,2} R^2}$$

(III.16)

Nous reportons courbe III.2 les solutions exprimées en courant transporté I_b (de blocage) en fonction de T_o, et pour chaque valeur de champ magnétique H_o extérieur appliqué.

Il apparaît alors, que ces courants de blocage sont pratiquement identiques aux courants instables précédemment définis. Ceci veut dire que le système évoluera toujours vers la disparition de la supraconductivité, donc de la transition , dès qu'est atteint le courant I_{ins} pour lequel s'amorce un saut de flux.

Avant d'étudier l'influence, sur les valeurs des courants de blocage, des croissances simultanées du champ extérieur ΔH et du champ propre H_i, tous deux liés au courant transporté, on vérifie dans le cas simple où le champ extérieur ne varie pas après le refroidissement du matériau, que le fil rond peut être remplacé par un élément de plaque infini en comparant les courants I_b, déterminés dans les deux configurations géométriques.

Ce résultat étant acquis, on assimilera le comportement du fil rond, soumis à un champ extérieur proportionnel au courant transporté, à celui d'une plaque placée dans les mêmes conditions. Cette assimilation permet d'éviter l'étude directe du fil rond qui serait inextricable dans ce cas.

Nous déduirons des équations établies dans le cas général (couplage), les critères de stabilité du matériau.

III. 2 - Modèle de la plaque d'épaisseur 2a

III. 2. 1 - Identité plaque-fil rond

Dans toute la suite de nos calculs, nous adopterons le modèle de la plaque, bien que toutes nos expériences soient faites sur du fil rond.

De nombreux auteurs ont fait cette identification : fil rond-plaque.

Précisons que l'identification conserve la valeur de J_c et suppose que la demi-épaisseur de la plaque est :

$$a = \sqrt{\frac{\pi}{4}}\, R \qquad \text{(III. 17)}$$

R est le rayon du fil rond.

III. 2. 2 - Les énergies apparues dans la plaque lors d'un saut de flux complet

La plaque, refroidie dans un champ extérieur H_o, transporte dans une section $4a^2$, un courant I qui crée alors le champ propre :

$$H_i = \frac{I}{4a} \qquad \text{(III. 18)}$$

Dans le système de coordonnées cartésiennes (x, y, z) (Figure III 4. a) la relation fondamentale :

$$\overrightarrow{\text{rot}\, H} = \vec{J}_c \text{, s'écrit } \frac{\partial H_z}{\partial x} = J_{cy}$$

Ainsi en nous plaçant toujours dans le modèle de Bean, la pénétration du champ est linéaire dans la direction des x (Figure III. 4. b).

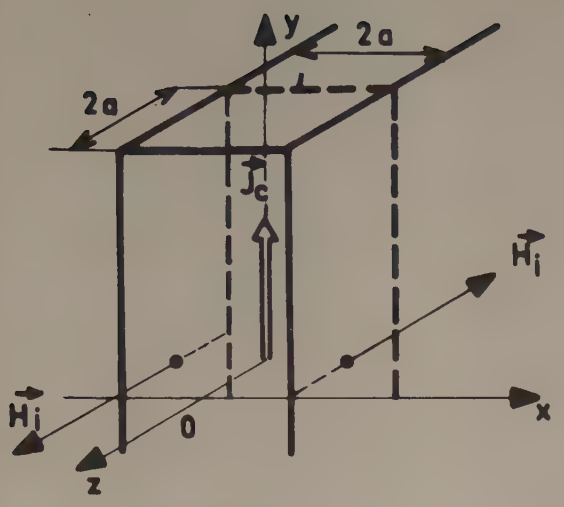


Fig. III-4a

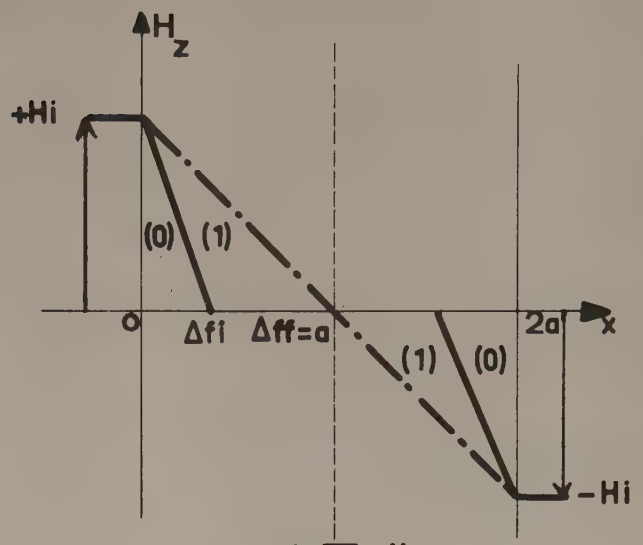


Fig III-4b

Précisons les conditions aux limites d'un saut de flux complet en notant que dans la configuration de la Figure III. 4 b l'origine en x est arbi-

- Profil initial (0) trairement placée sur la face gauche de la plaque.

$$T = T_o$$

$$J_c = J_{c_i}$$

Abscisse de pénétration : $\Delta = \Delta f_i$

avec $H_i = J_{c_i} \cdot \Delta f_i$

et $I_o = J_{c_i} \cdot \Delta f_i \cdot 4a$

- Profil final (1)

$$T = T_1$$

$$J_c = Jc_f$$

Abscisse de pénétration : $\Delta = \Delta f_f = a$

avec $H_i = J_{c_f} \cdot a$

et $I_1 = J_{c_f} \cdot 4\,a^2$

Notons alors que $I_o = I_1 = H_i \cdot 4a$ et rappelons que $I_b = I_o$ et $J_{c_i} = \frac{I_c}{4\,a^2}$.

Le courant de blocage réduit est :

$$i_b = \frac{I_b}{I_c} = \frac{\Delta f_i}{a} = \frac{J_{c_f}}{J_{c_i}} \qquad \text{(III.19)}$$

L'énergie libérée par unité de volume lors du passage du profil (0) au profil (1) s'écrit :

$$W_o = \frac{\mu_o}{3}\, a^2\, J_c^{\,2}\, [1 - i\,]\, i^2 \qquad \text{(III.20)}$$

Ecrivons maintenant la relation :

$$\underset{\text{énergie dissipée}}{W_o} = \underset{\text{thermique admissible}}{W_{ad.}}$$

Pour ce faire, effectuons le changement de variable :

$y = 1 - i$ où y représente la dégradation.

L'expression des pertes devient :

$$W_o = \frac{\mu_o}{3}\, a^2\, J_c^{\,2}\, [1 - y]^2\, y \qquad \text{(III.21)}$$

alors que le terme d'énergie admissible (enthalpie) est :

$$W_{\text{enthalpie}} = \frac{\beta}{4}\left[y^4 A^4 + y^3\, 4\, T_o\, A^3 + y^2\, 6\, T_o^{\,2}\, A^2 + y\, 4\, T_o^{\,3}\, A\right] \qquad \text{(III.22)}$$

en posant : $A = T_{c_B} - T_o$, et rappelons-le $\beta = C / T^3$.

Ainsi, les valeurs des courants de blocage I_b sont les solutions de l'expression analytique suivante :

$$y^4 A^3 \frac{\beta}{4} + y^3 \left[T_o A^2 \beta - \frac{E}{A}\right] + y^2 \left[6 T_o^2 A \frac{\beta}{4} + \frac{2E}{A}\right] + y \left[T_o^3 \beta - \frac{E}{A}\right] = 0 \qquad \text{(III. 23)}$$

où nous posons

$$E = J_c^2 a^2 \frac{\mu_o}{3}$$

Les valeurs des courants I_b obtenues à partir de cette équation, sont reportées Courbe III. 2 où ils sont exprimés en fonction de la température T_o et du champ H_o appliqué extérieur.

On constate, qu'à mieux que 10 °/₀, ces courants I_b sont identiques à ceux calculés pour le fil rond dans les mêmes conditions magnétiques. Cet accord numérique entre les deux modèles, confirmé par les mesures, permet alors d'utiliser le modèle de la plaque pour calculer de façon simple l'énergie dissipée lorsqu'il y a couplage entre le champ propre H_i, et le champ extérieur ΔH.

III. 3 - Calcul de l'énergie dissipée lorsqu'au courant I est associé un champ extérieur ΔH

III. 3. 1 - Modification des profils d'induction en fonction du couplage

Soit une plaque d'épaisseur 2a, refroidie dans le champ H_o. On applique simultanément un champ propre H_i lié au courant transporté I, et un champ ΔH, également proportionnel au courant I, ce qui est le cas pour les enroulements supraconducteurs et, plus particulièrement, dans les expériences que nous avons réalisées par un dispositif approprié, sur échantillon court. La plaque est alors soumise aux champs (Figure III. 5. a) :

- à gauche : $H_g = \Delta H + H_i$

- à droite : $H_d = \Delta H - H_i$

Nous devons donc étudier les deux cas de figures $\Delta H > H_i$ et $\Delta H \leqslant H_i$.

Nous posons $\chi = \frac{\Delta H}{H_i}$ avec $\Delta H = K_o I$.

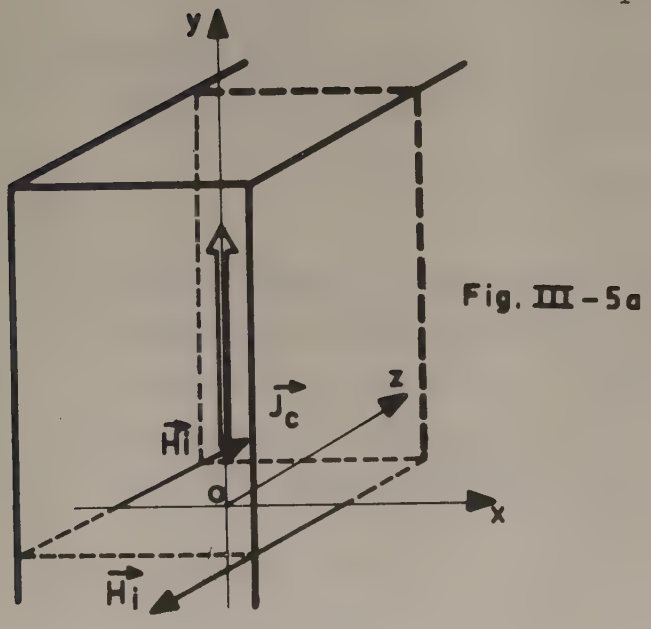


Fig. III-5a

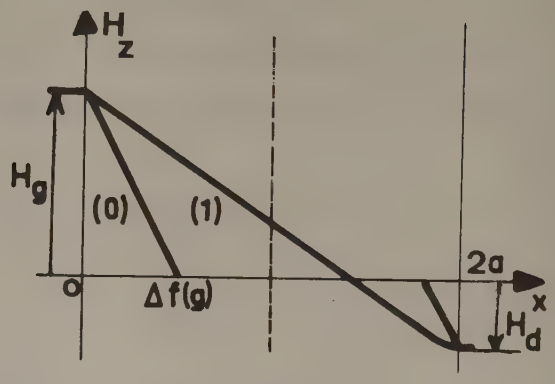


Fig. III-5b

a) Soit le cas $\Delta H \leqslant H_i$

La condition dimensionnelle est $K_o \leqslant \frac{1}{4a}$ (Figure III. 5. b)

On a :

$H_g = \Delta H + H_i$

$H_d = |\Delta H - H_i| = H_i - \Delta H$

$H_o^{(g)} = H_g - J_{ci} x$;

$H_1^{(g)} = H_g - J_{cf} x$;

$$H_o^{(d)} = - H_d - J_{c_i} (x - 2a) \quad ;$$

$$H_1^{(d)} = - H_d - J_{c_f} (x - 2a) \quad ;$$

Remarquons que : $H_g + H_d = 2a - J_{c_f} = 2 H_i$

et que : $$i = \frac{\Delta f_i^{(g)} + \Delta f_i^{(d)}}{2a} = \frac{J_{c_f}}{J_{c_i}}$$

L'expression des énergies moyennes dissipées par unité de volume pendant le saut de flux est :

$$W_{ac_o} = \frac{\mu_o}{3} [1 - i] \frac{H_g^3 + H_d^3}{H_g + H_d} \qquad \text{(III. 24)}$$

b) Soit le cas $\Delta H > H_i$

La condition dimensionnelle est $K_o > \frac{1}{4a}$

On a : $H_g = \Delta H + H_i$

$$H_d = \left| \Delta H - H_i \right| = \Delta H - H_i$$

Les énergies sont calculées lors du passage du profil (0) au profil (1) (saut de flux complet). Figure III. 6. a. Le déplacement de ce profil (0) s'accompagne de déplacement simultanée des abscisses :

$$x_1 = \Delta f_i (g) \quad \text{et} \quad x_2 = \Delta f_i (d)$$

qui vont se rencontrer au point x_{1c}.

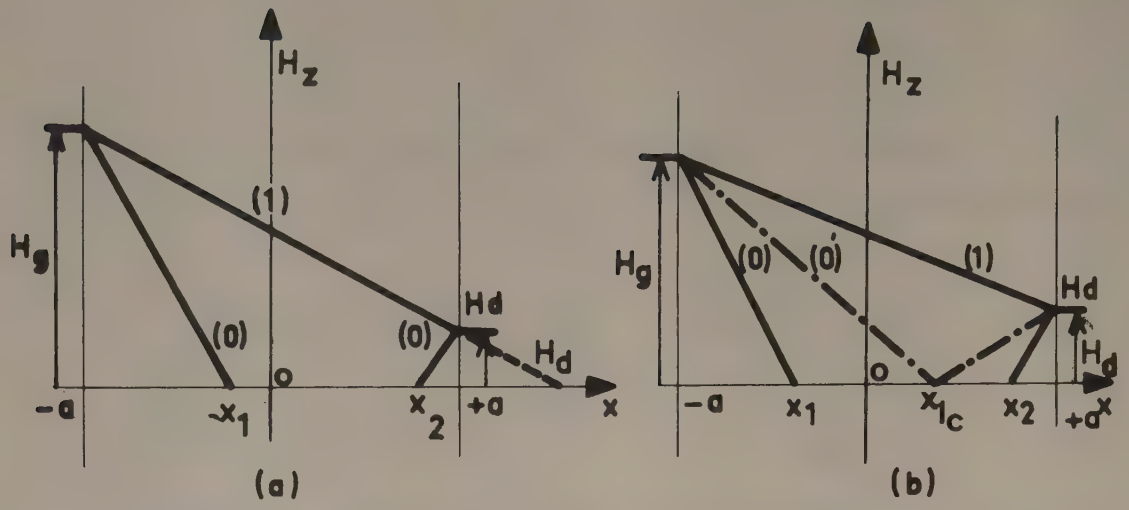


Fig. III-6

Ainsi le passage du profil (0) au profil (1) se fait par le profil intermédiaire (0') (Figure III. 6. b)., qui détermine ainsi deux régimes de pertes.

Calculons les pertes lorsque les profils passent de (0) à (0'), puis de (0') à (1).

Exprimons x_1 et x_2, soit :

$$x_1 = - a + \frac{\Delta H + H_i}{J_c} \qquad \text{(III. 25. a)}$$

et $$x_2 = a - \frac{\Delta H - H_i}{J_c} \qquad \text{(III. 25. b)}$$

Appelons régime ac) le passage du profil (0) au profil (0').

- J_{cac_0} est la densité correspondant à (0)

et J_{cac_1} est la densité correspondant à (0') (Figure III. 7).

L'énergie dissipée par unité de volume pendant le régime ac) est :

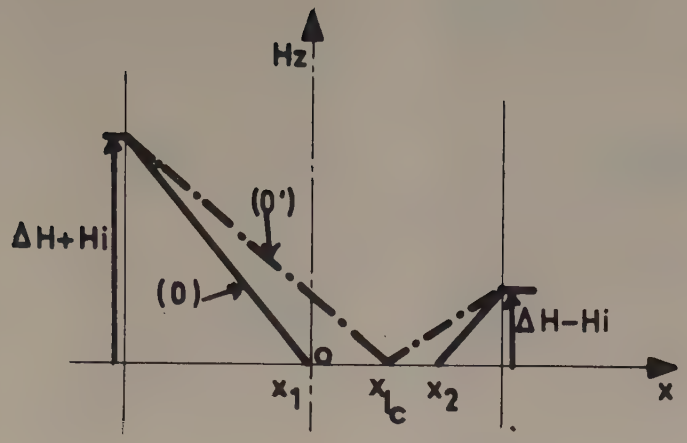


Fig. III -7

$$W_{ac} = \frac{\mu_o}{6a} \left[[\Delta H + H_i]^3 + [\Delta H - H_i]^3 \right] \left[\frac{1}{J_{cac_1}} - \frac{1}{J_{cac_o}} \right] \quad \text{(III. 26)}$$

Appelons régime bc) le passage du profil (0') au profil (1) et

J_{cbc_o} est la densité correspondant à (0')

J_{cbc_1} est la densite correspondant à (1)

On note que $J_{cbc_o} \equiv J_{cac_1}$

Ce profil apparaît lorsque les abscisses x_1 et x_2 du champ électrique nul seront confondues au point d'abscisse x_{1c}. Figure III. 8.

L'énergie dissipée par unité de volume dans ce régime bc) est :

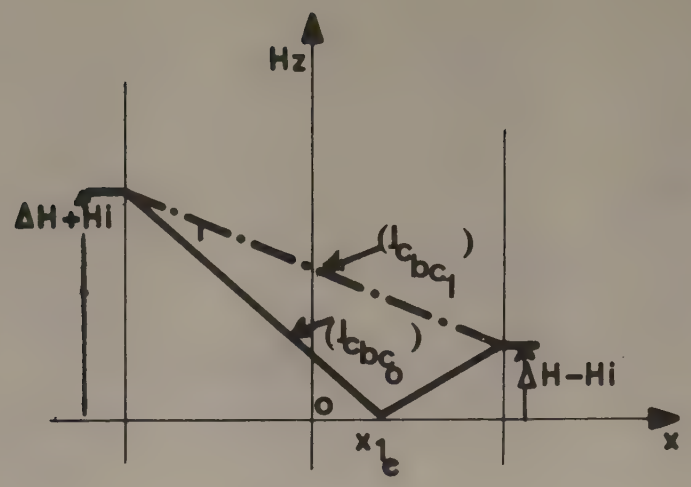


Fig.III-8

$$W_{bc} = \frac{\mu_o \Delta H}{2a} \left[a^2 (J_{cbc_o} - J_{cbc_1}) - \frac{\Delta H^2}{3} \left(\frac{1}{J_{cbc_1}} - \frac{1}{J_{cbc_o}} \right) \right]$$

$$+ \mu_o H_i^2 \operatorname{Log} \frac{J_{cbc_o}}{J_{cbc_1}} + \frac{\mu_o}{6a} \left[\frac{H_{1c}^3 (x_{1c_1})}{J_{cbc_1}} - \frac{H_{1c}^3 (x_{1c_o})}{J_{cbc_o}} \right] \qquad \text{(III. 27)}$$

L'énergie totale dissipée lors du passage du profil (0) au profil (1) sera la somme des énergies dissipées dans les deux régimes :

$$W_{ac_2} = W_{ac} + W_{bc} \qquad \text{(III. 28)}$$

Soit :

$$W_{ac_2} = \frac{\mu_o}{3} \left[1 - \frac{J_{cac_1}}{J_{cac_o}} \right] \frac{H_g^3 + H_d^3}{H_g - H_d} + \mu_o H_i^2 \operatorname{Log} \frac{J_{cac_1}}{J_{cbc_1}}$$

$$+ \frac{\mu_o}{2a} \Delta H \left[a^2 (J_{cac_1} - J_{cbc_1}) - \frac{\Delta H^2}{3} \left(\frac{1}{J_{cbc_1}} - \frac{1}{J_{cac_1}} \right) \right]$$

$$+ \frac{\mu_o}{6a} \left[\frac{H_{1c}^3 (x_{1c_1})}{J_{cbc_1}} - \frac{H_{1c}^3 (x_{1c_o})}{J_{cac_1}} \right] \qquad \text{(III. 29)}$$

dont les valeurs $H_{1c} (x_{1c_1})$ et $H_{1c} (x_{1c_o})$ sont reportées en annexe.

Pour que cette expression soit complètement déterminée il faut connaître les valeurs respectives des densités J_{cac_o}, J_{cac_1} et J_{cbc_1}.

Soit : $$J_{cac_o} \equiv J_{c\ inititial} \qquad \text{(III. 30. a)}$$

et $$J_{cbc_1} \equiv J_{c\ final} \equiv \frac{H_i}{a} \qquad \text{(III. 30. b)}$$

En ce qui concerne les valeurs de J_{cbc_o}, J_{cac_1}

elles sont données par les valeurs calculées au Chapitre IV, valeurs pour lesquelles on remplace ΔH_{ex} par ΔH dans les régimes ac et bc mis en évidence.

III. 3. 2 - Normalisation des expressions des énergies en fonction du couplage

En remplaçant H_g et H_d par leur expression en fonction de H_i et ΔH, les énergies pour les différents cas, établies plus haut deviennent successivement :

a) Configuration liée à $\Delta H \leq H_i$ (Figure III. 9. a)

L'expression de l'énergie apparue lors du saut de flux est :

$$W_{a_{c_o}} = \frac{\mu_o}{3} [1 - i] H_i^2 \left[1 + 3 \left(\frac{\Delta H}{H_i}\right)^2\right] \qquad \text{(III. 32. a)}$$

et en remplaçant $\frac{\Delta H}{H_i}$ par son expression $\chi = 4a K_o$, il vient si $\chi \leq 1$:

$$W_{a_{c_o}} = \frac{\mu_o}{3} [1 - i] H_i^2 [1 + 3 \chi^2] \qquad \text{(III. 32. b)}$$

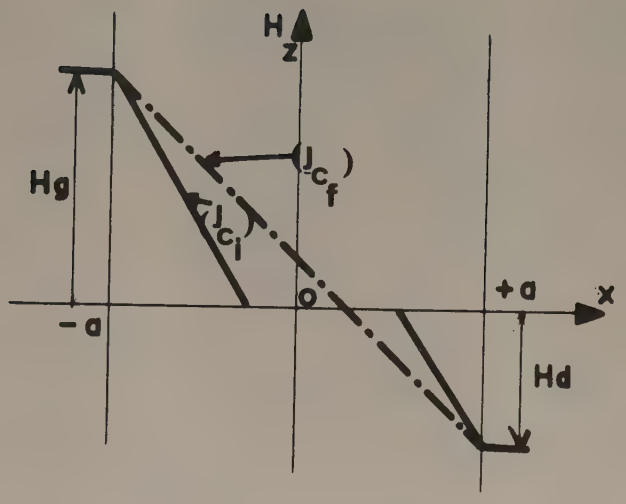


Fig. III-9a

b) Configuration liée à $\Delta H > H_i$ (Figure III. 9. b)

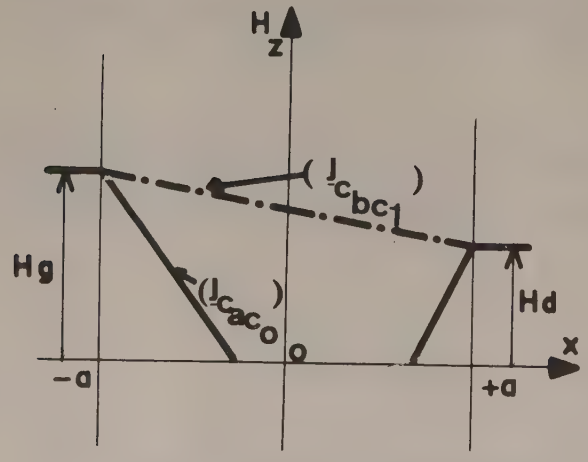


Fig. III-9b

L'expression de l'énergie apparue lors du saut de flux devient :

$$W_{a_{c_2}} = \frac{\mu_o}{3} \left[1 - \frac{\Delta H}{a\, J_{cac_o}}\right] H_i^2 \left[3 \left(\frac{\Delta H}{H_i}\right) + \left(\frac{\Delta H}{H_i}\right)^3\right] + W_{bc} \qquad \text{(III. 33. a)}$$

et en remplaçant $\frac{\Delta H}{H_i}$ par son expression $\chi = 4a\, K_o$, il vient si $\chi > 1$:

$$W_{ac_2} = \frac{\mu_o}{3}\left[1 - \frac{\Delta H}{a\, J_{cac_o}}\right] H_i^{\,2}\left[3\chi + \chi^3\right] + W_{bc} \qquad \text{(III.33.b)}$$

c) Cas particuliers

1 - Dans le cas particulier où $K_o = \frac{1}{4a}$, alors ΔH et χ sont respectivement égaux à H_i et 1 et W_{bc} est nul. Par conséquent, l'énergie dissipée lors d'un saut de flux complet, Figure III.10.a, se limite alors à W_{ac}, dont l'expression particulière est :

$$W_{ac_1} = \frac{4}{3}\,\mu_o\,[1 - i]\,H_i^{\,2} \qquad \text{(III.33.c)}$$

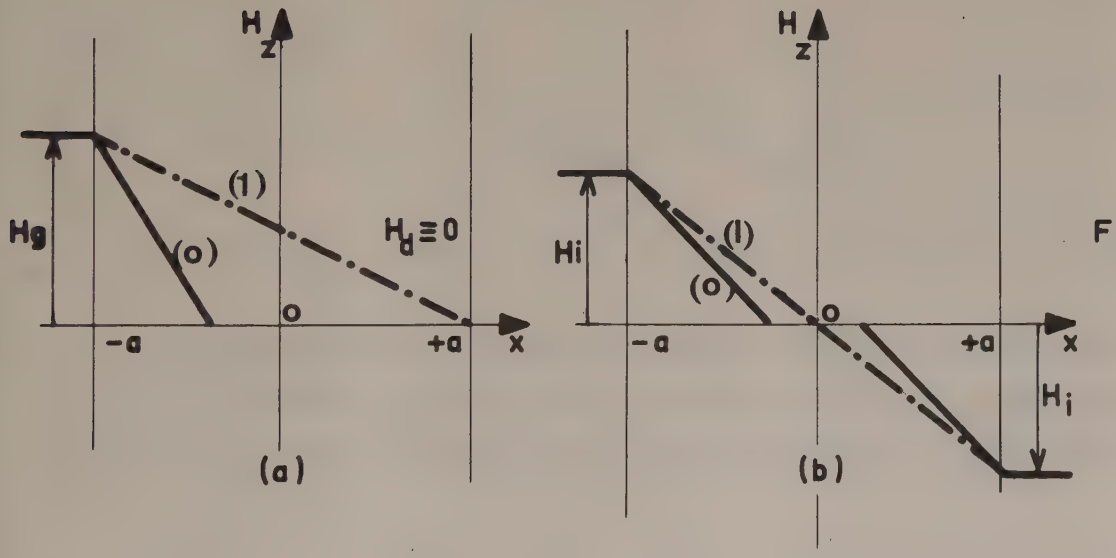


Fig.III-10

2 - Pour le cas où $\chi = 0$ soit $\Delta H = 0$, nous retrouvons bien l'expression des énergies apparues, déterminées dans le cas du champ propre H_i seul Figure III.10.b, soit:

$$W_o = \frac{\mu_o}{3}\,[1 - i]\,H_i^{\,2} \qquad \text{(III.33.d)}$$

III. 4 - Critères de stabilité

III. 4. 1 - Relation énergie dissipée = énergie admissible

Recherchons les courants de transport admissibles dans le matériau lorsque celui-ci est le siège de sauts de flux qui provoquent les dissipations d'énergies calculées précédemment.

L'égalité :

$$\underset{\text{Energie dissipée}}{W} = \underset{\text{Energie admissible}}{W}$$

traduit un comportement du système comparable à la réponse impulsionnelle d'un système électronique.

Lorsque :

$$\underset{\text{dissipée}}{W} < \underset{\text{enthalpie}}{W}$$

nous dirons que le système est stable.

Cherchons alors les solutions vérifiant l'identité ci-dessus, et suivons leur évolution en fonction des valeurs des coefficients de l'expression analytique, pour déterminer les conditions de stabilité du système.

Ecrivons les expressions générales en fonction du paramètre supplémentaire :

$$\chi = \frac{\Delta H}{H_i}$$

Si $\chi = 0$

L'énergie dissipée s'exprimait :

$$W_o = \frac{\mu_o}{3} a^2 J_c^2 [1 - i] i^2 \qquad \text{(III. 20)}$$

et (III. 33. d)

et l'équation dont les solutions donnent la dégradation $y = 1 - I_b/I_c$ est :

$$y^4 A^3 \frac{\beta}{4} + y^3 [T_o A^2 \beta - \frac{E}{A}] + y^2 [6 T_o^2 A \frac{\beta}{4} + \frac{2E}{A}]$$

$$+ y [T_o^3 \beta - \frac{E}{A}] = 0 \qquad \text{(III. 23)}$$

où, rappelons-le : $y = 1 - i$, $A = T_{c_B} - T_o$

$$E = J_c^2 a^2 \frac{\mu_o}{3}, \quad \beta = C / T^3$$

Si $0 < \chi < 1$

Les pertes normalisées s'écrivent :

$$W_{a c_o} = \frac{\mu_o}{3} a^2 J_c^2 [1 - i] i^2 [1 + 3 \chi^2] \qquad \text{(III. 32. b)}$$

et en posant $\eta_1 = 1 + 3 \chi^2$ l'équation dont les solutions donnent la dégradation $y = 1 - I_b/I_c$ devient :

$$y^4 A^3 \frac{\beta}{A} + y^3 [T_o A^2 \beta - \frac{E_{n_1}}{A}] + y^2 [6 T_o^2 A \frac{\beta}{4} + \frac{2 E_{n_1}}{A}]$$

$$+ y [T_o^3 \beta - \frac{E_{n_1}}{A}] = 0 \qquad \text{(III. 34)}$$

Si $\chi > 1$

avec χ suffisamment voisin de 1, de façon à pouvoir négliger le terme de perte W_{bc}, il vient :

$$W_{a_{c_2}} = \frac{\mu_o}{3} a^2 J_c^2 [1 - i] i^{-2} [3\chi + \chi^3] \qquad \text{(III.33.b)}$$

et en posant $\eta_2 = 3\chi + \chi^3$ l'équation dont les solutions donnent la dégradation $y = 1 - I_b/I_c$ devient :

$$y^4 A^3 \frac{\beta}{A} + y^3 [T_o A^2 \beta - \frac{E_{n_2}}{A}] + y^2 [6 T_o^2 A \frac{\beta}{4} + \frac{2 E_{n_2}}{A}]$$

$$+ y [T_o^3 \beta - \frac{E_{n_2}}{A}] = 0 \qquad \text{(III.35)}$$

Nous résolvons donc ces équations pour trouver la loi de la dégradation $y = 1 - \frac{I_b}{I_c}$ en fonction des conditions de fonctionnement du matériau et de ses caractéristiques physiques.

Remarque :

En exprimant numériquement le rapport

$$\frac{W \text{ Energies dissipées}}{W \text{ Energie admissible}}$$

pour toutes valeurs de i, la solution en i_b est obtenue lorsque pour une valeur de i le rapport est identique à 1.

III.4.2 - Existence des solutions

Conservons l'équation générale du système :

$$y^4 A^3 \frac{\beta}{4} + y^3 [T_o A^2 \beta - \frac{E_{n_1}}{A}] + y^2 [\frac{3}{2} T_o^2 A \beta + \frac{2 E_{n_1}}{A}]$$

$$+ y [T_o^3 \beta - \frac{E_{n_1}}{A}] = 0 \qquad \text{(III.34)}$$

Les courants transportés provoquant la perte de l'état supraconducteur du matériau, sont donnés par cette équation résolue à l'aide d'une méthode numérique: la méthode de Baristow [57] qui, par divisions successives, permet de rechercher toutes les racines d'un polynôme à coefficients réels, comme c'est le cas ici. Cette méthode nécessite les connaissances des valeurs numériques des différents paramètres: Ils seront donnés par l'expérience et cela pour tout T_o, et pour toute valeur de champ appliqué H_o, influençant les coefficients E et β.

L'équation est sous forme paramétrique; suivant les valeurs de ces paramètres intervenant dans les coefficients de l'équation du 4ème degrés en y, les solutions conviendront ou non au problème physique.

La solution évidente $y = 0$, qui implique que $I_b = I_c$ (puisque $y = 1 - \frac{I_b}{I_c}$), ne convient physiquement que s'il n'existe pas au préalable une racine dans l'équation du 3ème degré en y, comprise entre 0 et 1.

Le système sera dit stable ou encore $I_b \equiv I_c$, si par analogie avec le critère de Hurwitz [58] pour les réseaux d'ordre 3, (circuit électronique) l'équation de 3ème degré suivante :

$$y^3 A^3 \frac{\beta}{4} + y^2 \left[T_o A^2 \beta - \frac{E_{n_1}}{A}\right] + y \left[\frac{3}{2} T_o^2 A \beta + \frac{2 E_{n_1}}{A}\right] + T_o^3 \beta - \frac{E_{n_1}}{A} = 0 \qquad \text{(III. 36)}$$

que nous appelons équation caractéristique D(y), est un polynôme dont les coefficients sont tous réels. Les conditions de stabilité sont alors dans le plan complexe :

- Pas de pôle à droite de l'axe imaginaire
- Pas de pôles multiples sur l'axe imaginaire.

Ecrivons ces conditions que nous exprimons en fonction des paramètres physiques du supraconducteur.

a) Notion de section stable

L'étude de la stabilité est donc conditionnée par les valeurs des coefficients de l'équation caractéristique D(y) qui doivent tous être positifs. Rappelons D(y) : 0 :

$$y^3 A^3 \frac{\beta}{4} + y^2 \left[T_o A^2 \beta - \frac{E_{n_1}}{A}\right] + y \left[\frac{3}{2} T_o^2 A \beta + \frac{2 E_{n_1}}{A}\right] + T_o^3 \beta - \frac{E_{n_1}}{A} = 0 \qquad \text{(III. 37)}$$

Explicitons cette condition :

Les coefficients de y^3 et y étant positifs, si le coefficient $T_o^3 \beta - \frac{E_{n1}}{A}$ l'est aussi, le terme en y^2 sera positif

Alors la condition :

$$T_o^3 \beta - \frac{E_{n1}}{A} > 0$$

se traduit par :

$$C > \frac{E_{n1}}{A} \Longrightarrow C \left[T_{cB} - T_o\right] > \frac{n_1 a^2 \mu_o J_c^2}{3} \qquad \text{(III. 38. a)}$$

Soit alors l'expression de la section "stable" :

$$a < \left[\frac{3}{\mu_o n_1} C \left[T_{cB} - T_o\right]\right]^{1/2} / J_c \qquad \text{(III. 38. b)}$$

que l'on écrit sous une autre forme, sachant que :

$$T_{cB} - T_o = J_c \Big/ \frac{-\partial J_c}{\partial T}$$

Soit :

$$a < \left[\frac{3.10^7}{4\pi n_1} C J_c / - \frac{\partial J_c}{\partial T}\right]^{1/2} / J_c \qquad \text{(III.38.c)}$$

Lorsque $n_1 = 1$ c'est-à-dire $\chi = 0$, $(\Delta H = 0)$

il vient la condition de stabilité sur la dimension du matériau:

$$a_o < \left[\frac{3.10^7}{4\pi} C J_c / - \frac{\partial J_c}{\partial T}\right]^{1/2} / J_c \qquad \text{(III.39)}$$

soit typiquement 40 μ,à $\mu_o H_o = 1$ tesla.

b) Notion de température stable

La température initiale T_o n'est pas nécessairement fixée à 4,2°K.

Etudions l'influence sur la stabilité, de la variation de T_o .

Supposons donc "a" fixée,et T_o variable. La condition de stabilité entraîne,en fixant $n_1 = 1$:

$$1 > \mu_o J_c^2 a^2 / \left[(3 T_o^3 (T_{cB} - T_o) \right] \qquad \text{(III.40.a)}$$

Soit encore : $$T_o^3 \beta - \mu_o a^2 (T_{cB} - T_o) \left(\frac{\partial J_c}{\partial T}\right)^2 > 0$$

Posons : $$\lambda = a^2 \left(\frac{\partial J_c}{\partial T}\right)^2 \mu_o ,$$

il vient : $$T_o^3 + T_o \frac{\lambda}{\beta} > T_{cB} \frac{\lambda}{\beta} \qquad \text{(III.40.b)}$$

typiquement le rapport $\frac{\lambda}{\beta}$: $\#$ 0,8 .

La valeur T_o vérifiant cette inégalité est appelée $T_{stable} = T_{st}$ soit :

$$T_{st} \text{ pratiquement } > 0,8\ T_{cB} \qquad \text{(III.40.c)}$$

Ainsi la stabilité d'un matériau est améliorée par l'accroissement de la valeur de température T_o appliquée au dessus de $T = T_{st.}$ [59]. Typiquement pour un matériau refroidi au dessous de T_c dans une induction appliqué $H_o \mu_o$ de 1 Tesla, pour laquelle $T_{cB} = 7,3°K$ il vient $T_{st} = 5,9°K$ valeur au-dessus de laquelle le matériau est stable et passe son courant critique.

c) Incidence de l'accroissement de C sur la stabilité

Il est possible, on vient de le voir, d'obtenir la stabilité intrinsèque d'un matériau, en diminuant sa taille. Cette dimension a_o est fonction notamment de C . Il apparaît nécessaire si a_o doit être le plus grand possible, d'adopter des matériaux supraconducteurs possédant C la plus élevée. Pratiquement tous les supraconducteurs usuels possèdent des chaleurs spécifiques de l'ordre de celle du Cu (assez faible $\#$ 4 $mJ/cm^3.°K$). C'est ici qu'apparaît l'intérêt d'un placage du supraconducteur par un matériau tel que le plomb, ou l'or, possédant tous deux une chaleur spécifique assez élevée. C'est ce que nous avons réalisé, nous le verrons plus loin (Les diverses valeurs de $C = f(T)$ utilisées, sont en annexe).

d) Incidence sur la stabilité de la loi $J_c = f(T)$

Localement pour une petite gamme de température, certains matériaux dont la structure de réseau a été profondément modifiée par des dopages, présentent un accroissement de J_c pour un accroissement ΔT de température [60]. Cet effet augmente la stabilité autour du point de température considéré, mais cette inversion dans la dérivée $\frac{\partial J_c}{\partial T}$ ne peut recevoir qu'une application très limitée, puisque globalement ΔJ_c décroît lorsque ΔT augmente.

III. 4. 3 - Modification des critères de stabilité par le couplage χ

Le paramètre le plus accessible pour l'accroissement de la stabilité intrinsèque est la dimension du matériau. En reprenant la définition même du critère :

$$T_o^3 \beta - \frac{E \eta}{A} > 0 \quad \text{avec} \quad \eta_1 = 1 + 3\chi^2$$

$$\eta_2 = 3\chi + \chi^3$$

regardons l'influence de η sur a_o. Posons :

$$a_o = \left[\frac{3}{\mu_o} C J_c / - \frac{\partial J_c}{\partial T} \right]^{1/2} / J_c$$

Si $0 < \chi < 1$:

$$a_1 < \frac{a_o}{1 + 3\chi^2} \qquad \text{(IV.41.a)}$$

et si χ est légèrement supérieur à 1 :

$$a_2 < \frac{a_o}{3\chi + \chi^3} \qquad \text{(IV.41.b)}$$

L'influence du couplage joue dans le sens de la diminution de la section intrinsèquement stable. Nous montrerons en effet que lorsque le critère n'est pas vérifié, la dégradation est une fonction du couplage χ, cette dégradation étant minimale quand $\chi = 0$.

III. 5 - Détermination des dégradations en courant

III. 5. 1 - Matériau refroidi dans un champ et ne subissant que son champ propre H_i

Nous venons de voir les conditions de stabilité du matériau. Lorsque celles-ci ne sont pas vérifiées nous recherchons alors la courbe théorique de

la dégradation $\frac{I_b}{I_c}$ en fonction de la température T_o appliquée, et pour diverses valeurs de champ appliqué H_o (matériau refroidi dans H_o).

a) Matériau non plaqué par un métal normal

La recherche de $y = 1 - I_b / I_c$, à partir de l'équation (III. 36), est faite en considérant les paramètres physiques d'un matériau Nb Ti (110 μ de rayon) dont les courbes $J_c [T , H]$ sont déterminées au Chapitre V.

Les courbes III. 2 montrent que les courants I_b calculés dans le cas de la plaque sont pratiquement identiques aux courants I_b calculés pour un fil rond, et très légèrement supérieurs aux courants I_{ins}.

Conformément à la notion de température "stable", la dégradation diminue avec l'accroissement de la température T_o appliquée. Si la température T_o est fixée, la dégradation décroît en fonction du champ appliqué H_o (dans lequel le matériau est refroidi).

b) Matériau plaqué par un métal normal

Les mêmes calculs sont effectués lorsque artificiellement la chaleur spécifique du matériau est accrue par placage sur le supraconducteur d'Au ou Pb. Si l'on néglige durant un saut de flux l'échange de chaleur avec l'hélium, et si l'on suppose que le composite métallique est isotherme, en première approximation on peut oublier la présence du matériau de placage à condition d'affecter le matériau supraconducteur d'une chaleur spécifique telle que :

$$C_{matériau} = C_{sup.} \cdot S_{sup.} + C_{st.} S_{st.} / S_{sup.} \qquad (III. 42)$$

où S = section du métal considéré.

Par variation de l'épaisseur du placage il est possible de modifier ainsi les valeurs globales de C du matériau et de faire varier le degré de dégradation théorique. Nous avons calculé les valeurs de $I_b = f(T_o, H_o)$ lorsque le matériau de rayon $r = 110$ µ est plaqué par l'or ou le plomb. Courbes III. 3. Cela se vérifiera expérimentalement.

Les valeurs à 1, 3 et 5 Teslas, de la capacité thermique globale du composite formé par une âme de supraconducteur de diamètre 220 µ plaqué tout d'abord par 80 µ puis 50 µ de plomb, et ensuite par 80 µ et 50 µ d'or, sont reportées en annexe.

Les résultats théoriques et expérimentaux sont comparables à ceux mesurés antérieurement sur du Nb_3Sn [61]. Ces expériences ont montré que des matériaux poreux, présentent des performances améliorées, grâce à la chaleur latente de vaporisation de l'hélium pénétré. Nos calculs théoriques montrent que l'accroissement de l'énergie admissible, obtenue par élévation de chaleur spécifique C, améliore la stabilité du composite.

III. 5. 2 - Matériau refroidi dans un champ H_o et soumis à un champ extérieur ΔH couplé avec son champ propre H_i

On utilise des fils supraconducteurs de différentes sections, alimentés en série avec une bobine polarisante.

Afin de faire varier le coefficient de couplage $\chi = \frac{\Delta H}{H_i} = 4\, a\, K_o$ (où K_o est la constante magnétique de la bobine) en n'utilisant qu'une seule bobine, on teste des fils supraconducteurs de diamètres différents. Ainsi χ varie par modification de a . Les expériences ont été faites dans les cas suivants :

① - μH_o = 1 Tesla ; T_{cB} = 7,4°K ; T_o = 4,2°K

$C = 4,50.10^3$ J/m^3.

et successivement pour :

r = 110 μ a = 97,5 μ ; $J_c = 5,26.10^9$ A/m^2 ; $\chi = 5,03$

r = 80 μ a = 71,0 μ ; $J_c = 4,55.10^9$ A/m^2 ; $\chi = 3,66$

r = 48,5 μ a = 43,0 μ ; $J_c = 5,40.10^9$ A/m^2 ; $\chi = 2,22$

r = 40,5 μ a = 35,5 μ ; $J_c = 3,33.10^9$ A/m^2 ; $\chi = 1,83$

r = 24 μ a = 21,5 μ ; $J_c = 2,50.10^9$ A/m^2 ; $\chi = 1,11$

r = 18 μ a = 16,0 μ ; $J_c = 2,75.10^9$ A/m^2 ; $\chi = 0,82$

② - μH_o = 0 Tesla ; T_{cB} = 7,6°K ; T_o = 4,2°K

$C = 4,50.10^3$ J/m^3

et successivement pour :

r = 110 μ a = 97,5 μ ; $J_c = 8,027.10^9$ A/m^2

r = 80 μ a = 71,0 μ ; $J_c = 8,300.10^9$ A/m^2

r = 48,5 μ a = 43,0 μ ; $J_c = 10,100.10^9$ A/m^2

r = 40,5 μ a = 35,5 μ ; $J_c = 7,254.10^9$ A/m^2

r = 24 μ a = 21,5 μ ; $J_c = 5,270.10^9$ A/m^2

r = 18 μ a = 16,0 μ ; $J_c = 6,900.10^9$ A/m^2

La relation $\chi = \frac{\Delta H}{H_i} = 4aK_o$ suppose que le courant qui alimente la bobine génératrice de ΔH parcourt l'échantillon supraconducteur; on peut aussi modifier χ en branchant un shunt électrique en parallèle avec l'ensemble constitué par l'échantillon supraconducteur et ses amenées de courant.

Ainsi pour chaque valeur de a, et de J_c , χ varie de 0 à 10.

Dans ce cas là, la recherche de solution en I_b / I_c est effectuée à l'aide de l'équation approchée suivante :

$$y^3 A^3 \frac{\beta}{4} + y^2 \left[T_o A^2 \beta - \frac{E_{n_1}}{A}\right] + y \left[\frac{3}{2} T_o^2 A \beta + \frac{2 E_{n_1}}{A}\right] + T_o^3 \beta - \frac{E_{n_1}}{A} = 0 \qquad \text{(III. 43)}$$

dans laquelle nous négligeons le terme d'énergie W_{bc} dans l'expression de W_{ac_2} (III. 33. b) approximation faite pour simplifier les calculs, et qui intervient dans le sens d'une agravation de la dégradation.

Les courbes théoriques $I_b/I_c = f[a]$ et $I_b/I_c = f[\chi]$ obtenues à partir de la résolution précédente sont tracées sur la courbe III. 4 et courbes III. 5. a et III. 5. b. D'une manière générale, la dégradation est très nettement aggravée par un accroissement de la dimension du matériau et elle est encore accentuée par l'augmentation du coefficient de couplage χ .

Ainsi pour un mono-brin, la croissance simultanée du champ extérieur et du champ propre, souligne le caractère instable du matériau. Les dimensions pour lesquelles il est stable sont alors voisines de 10.10^{-6} mètres.

III. 5. 3 - Application aux bobines

Au Chapitre V nous décrirons des expériences réalisées sur un ensemble de bobines, toutes construites avec le même type de matériau, mais dont le rapport: champ/courant = K_o, varie. Elles présentent toutes, pour une induction de 0, 8 Tesla au point de champ maximum, quel que soit le courant transporté, un phénomène répétitif caractérisé par un décrochement en

courant. Nous interprétons ces décrochements en courant comme des blocages partiels provoqués par des sauts de flux,et suivis d'une récupération de l'état supraconducteur.

Ces bobines sont réalisées à partir d'un composite multifilamentaire,dont les 10 brins supraconducteurs sont disposés en couronne dans une matrice de cuivre. Déterminons tout d'abord la taille équivalente de ce matériau.

Nous assimilons cette couronne de filaments (Figure III.11.a) à un tube supraconducteur (Figure III.11.b).

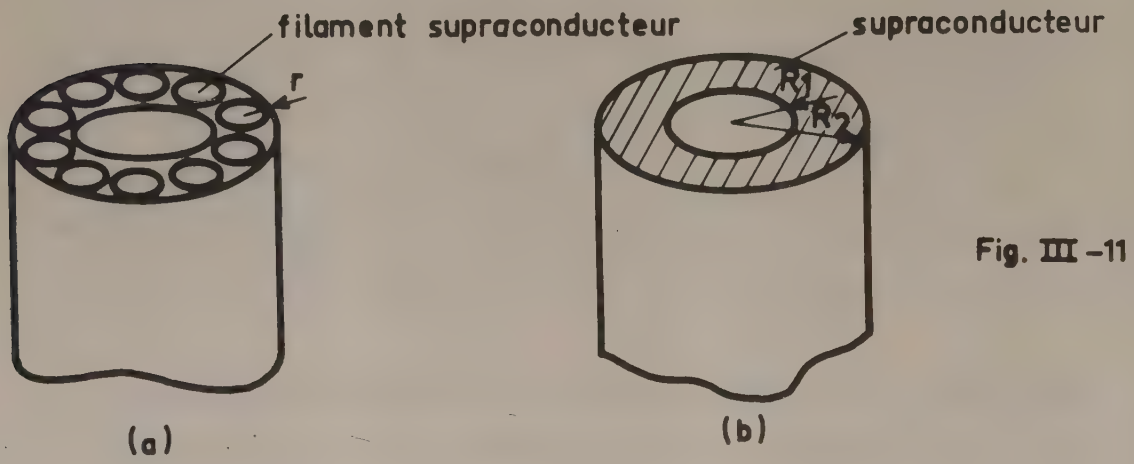


Fig. III -11

Calculons l'énergie dissipée dans ce tube qui n'est soumis qu'à son champ propre H_i .

Nous reprenons la notion de profil initial (0) et final (1) (Figure III.12.a).

Posons : $i = \frac{I_b}{I_c}$ soit alors : $i = \frac{J_{cf}}{J_{ci}} = \frac{R_2^2 - r_o^2}{R_2^2 - R_1^2}$

$$j = R_2^2 - r_o^2 / R_2^2 \quad \text{et} \quad j_o = R_2^2 - R_1^2 / R_2^2 \quad \text{d'où} \quad i = j/j_o$$

Il vient :

$$W_{tube} = -\frac{\mu_o}{8} J_c^2 \frac{R_2^4}{R_2^2 - R_1^2} \left[(1 - j)\left[j + (1 + j) \operatorname{Log} (1 - j)\right] \right.$$

$$\left. - \frac{j^2}{j_o^2} (1 - j_o) \left[j_o + (1 + j_o) \operatorname{Log} (1 - j_o)\right] \right] \qquad \text{(III.44)}$$

Les variations respectives, en fonction de i, de l'énergie dissipée au cours d'un saut de flux (Figure III.12.b), dans un tube, et dans un fil rond, permettent de définir un fil rond de même J_c, présentant les mêmes pertes, si son rayon R satisfait la relation :

$$R^4 = \frac{(R_2^2 - R_1^2)^2}{(R_2 - R_1)^4} \quad R_2^4 \; 0{,}16 \qquad \text{(III.45)}$$

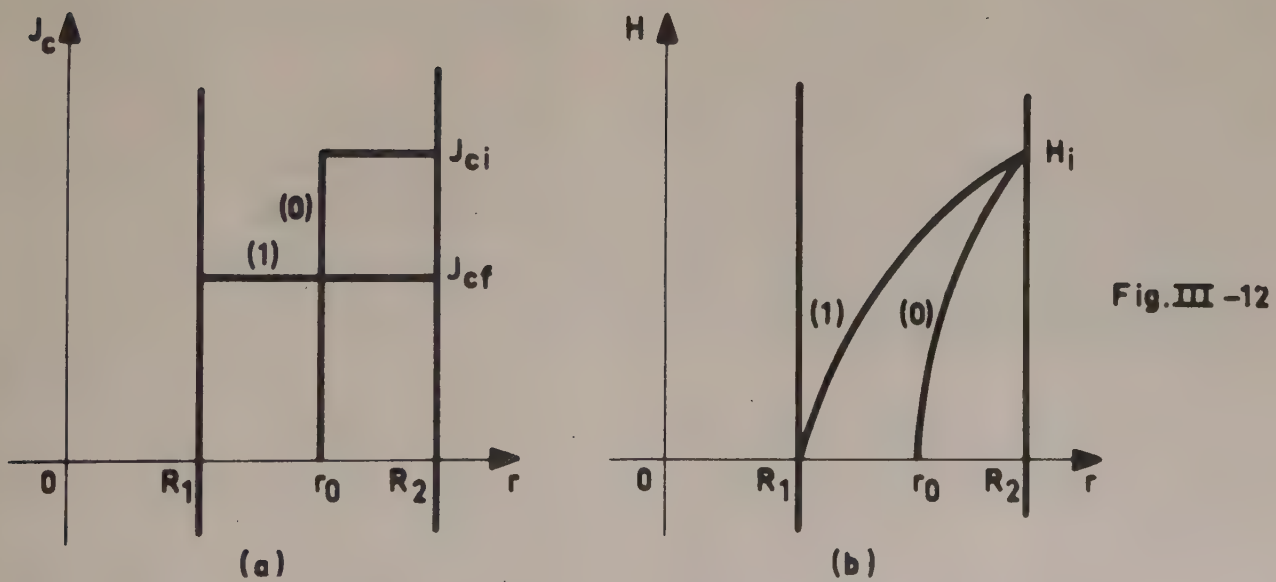


Fig.III -12

Ce fil rond de pertes équivalentes, et le tube présenteront les mêmes i_b de blocage, s'ils ont la même capacité calorifique. Cela suppose

que le fil rond équivalent possède une chaleur spécifique fictive C_f telle que :

$$C_f = \frac{R_2^2 - R_1^2}{R^2} C_S \qquad \text{(III. 46)}$$

où C_S est la chaleur spécifique du supraconducteur.

Nous calculons alors les valeurs i_b à partir de l'équation (III. 29), dans laquelle les paramètres a et J_c sont les paramètres de la plaque équivalente au fil rond, image du tube.

Soit :

$$W_{ac_2} = \frac{\mu_o}{3} \left[1 - \frac{J_{cac_1}}{J_{cac_o}} \right] \frac{H_g^3 + H_d^3}{H_g - H_d} + \mu_o H_i^2 \operatorname{Log} \frac{J_{cac_1}}{J_{cac_o}}$$

$$+ \frac{\mu_o}{6a} \left[\frac{H_{1c}^3 (x_1 c_1)}{J_{cbc_1}} - \frac{H_{1c}^3 (x_1 c_o)}{J_{cac_1}} \right] + \frac{\mu_o}{2a} \Delta H \left[a^2 \left[J_{cac_1} - J_{cac_o} \right] \right.$$

$$\left. - \frac{\Delta H}{3}^2 \left[\frac{1}{J_{cbc_1}} - \frac{1}{J_{cac_1}} \right] \right] \qquad \text{(III. 29)}$$

La solution numérique obtenue par la méthode directe $W_{ac_2} / W_{enthalpie} = 1$ reportée en annexe, confirme la conception de saut de flux suivi de récupération de l'état supraconducteur.

Les solutions trouvées avec :

$$a = 433\ \mu \quad ; \quad J_c = 3,3.10^9\ A/m^2$$

$$T_{cB} = 7,4°K$$

$$(I_c = J_c\ 4\ a^2 = 2\ 000\ A)$$

et la chaleur spécifique $C_f = 3,7\ mJ/cm^3\ °K$

donne la série de résultats théoriques suivants :

K_o(Gauss/A)	12,3	32,4	57,2	65,7	103
χ (couplage)	1,7	4,47	7,88	9,06	14,28
i (courant réduit)	0,54	0,20	0,10	0,08	0,04
I_b 1ère valeur du courant provoquant trans.	752 A	281 A	156 A	117 A	80 A
B (Tesla) sur le point de champ maximum	0,92	0,91	0,89	0,87	0,82

III. 6 - Premiers résultats de l'étude

III. 6. 1 - Validités des modèles

Nous avons établi,tout d'abord sur le fil rond,que les courants de blocage I_b sont légèrement supérieurs aux courants instables I_{ins} pour lesquels le saut de flux démarre dans le cas où l'échantillon n'est soumis qu'à son champ propre H_i . Le modèle de la plaque,étudiè dans les mêmes conditions, conduit à des courants de blocage I_b du même ordre de grandeur que ceux calculés pour le fil rond.

Le modèle de la plaque étant ainsi justifié, il permet une extension à des configurations magnétiques complexes.

On a déduit les critères de stabilité du matériau,des conditions d'existence des racines du polynôme qui traduit l'égalité de l'énergie dissipée

au cours du saut de flux et de la variation d'enthalpie. Ils s'expriment en fonction de la température T, de la densité de courant J_c, et de la chaleur spécifique C.

Nous avons montré que théoriquement pour un fil supraconducteur donné, il existe un domaine de grande stabilité que l'on a représenté ci après Figure III.13, dans le repère T, H, I. (température, champ courant).

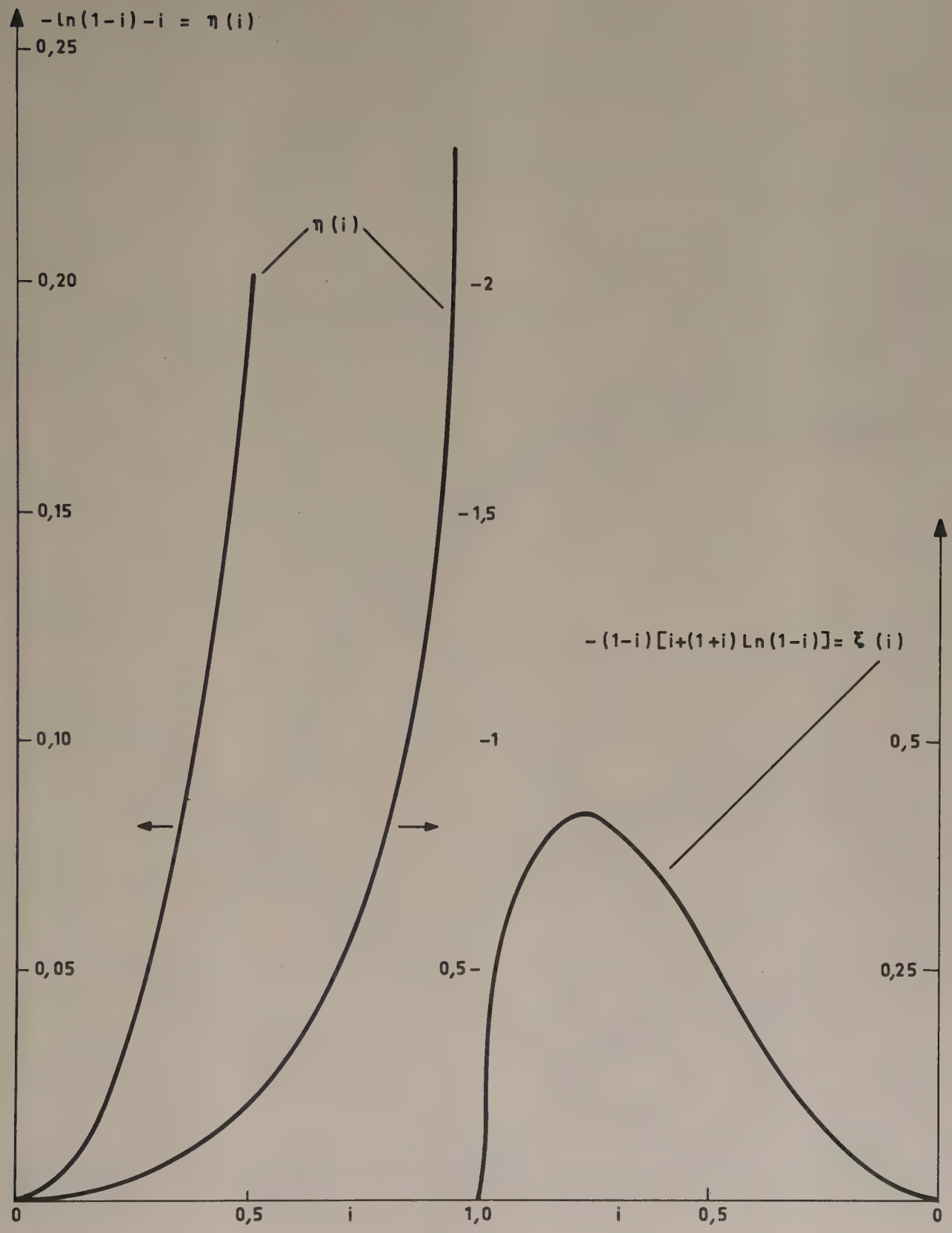
Lorsque les conditions de stabilité ne sont pas remplies, nous avons calculé la dégradation du courant du matériau, en fonction de ses paramètres physiques et des conditions de son utilisation.

III.6.2 - Limite de ces résultats

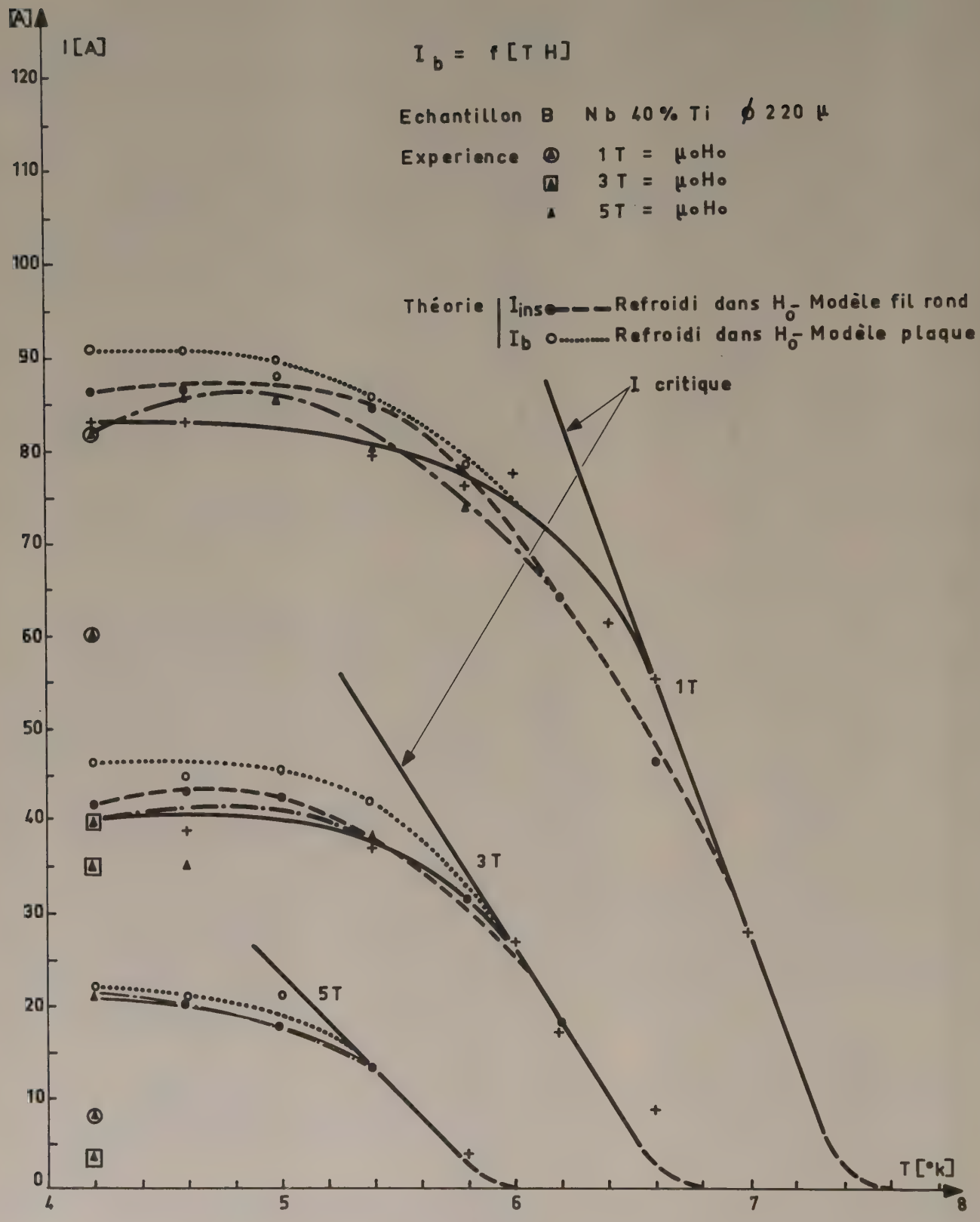
Le concept d'adiabaticité totale est assez pessimiste, car en fait aussi petit soit-il, il existe un échange thermique entre le matériau et le milieu réfrigérant, les critères élaborés par cette analyse théorique sont donc restrictifs. D'autre part, le fait de supposer que l'ensemble du matériau évolue de façon isotherme intervient au contraire dans le sens d'une amélioration des performances par rapport aux performances réelles.

Il faut noter aussi que le calcul théorique des dégradations dans le cas où il y a couplage χ est effectué numériquement en négligeant la variation de J_c avec la croissance du champ, approximation qui a pour effet d'aggraver la dégradation lorsque χ est élevé.

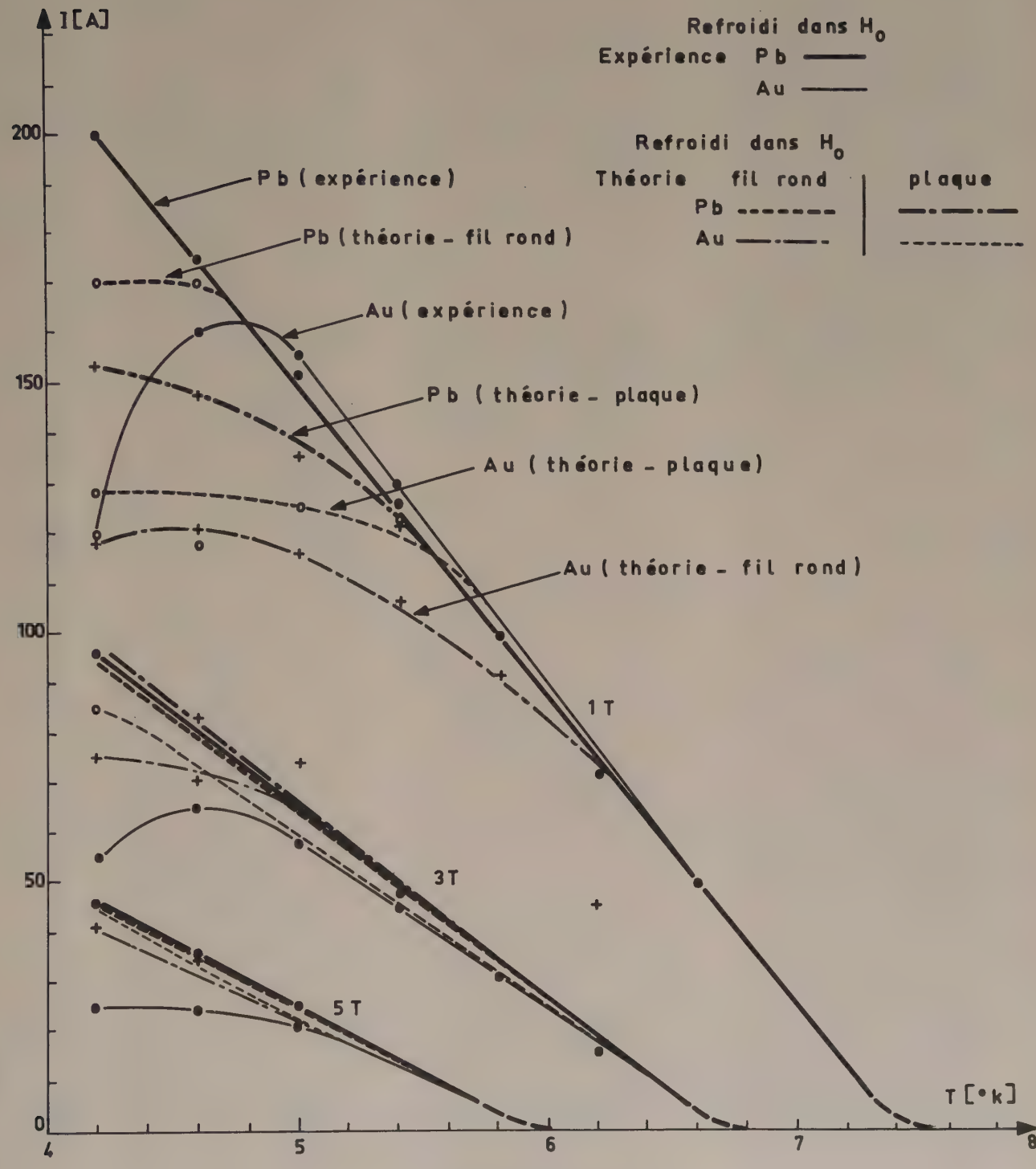
Cependant les résultats expérimentaux, nous le verrons, confirment la tendance générale des courbes calculées.


$-\ln(1-i)-i = \eta(i)$
0,25
0,20
0,15
0,10
0,05
$\eta(i)$
-2
-1,5
-1
$-(1-i)[i+(1+i)\ln(1-i)] = \xi(i)$
0,5
0,25
0,5
0
0,5
i
1,0
i
0,5
0

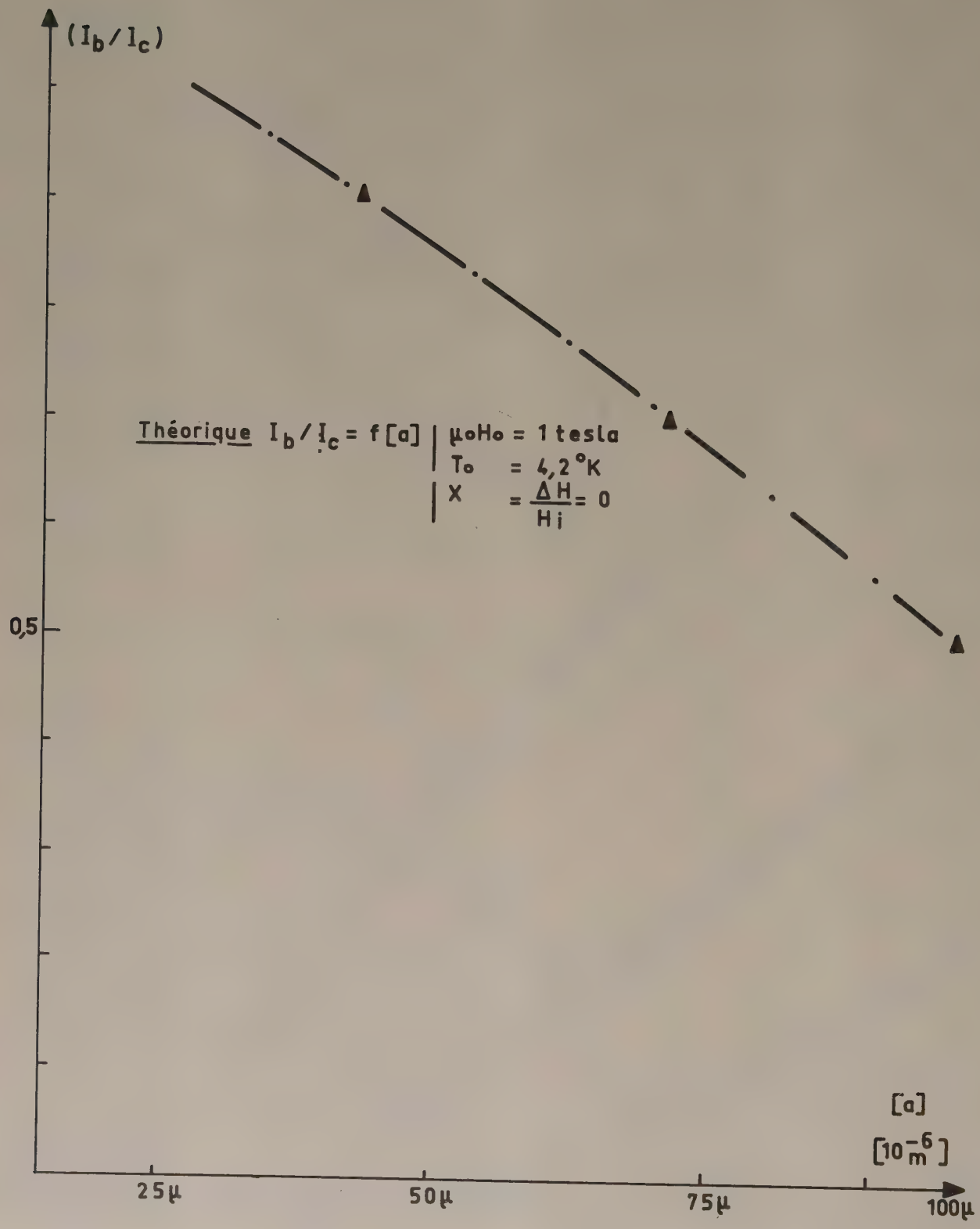
Courbe III -1


[A]
I[A]
$I_b = f[T\ H]$
Echantillon B Nb 40% Ti ϕ 220 µ
Experience 1 T = µoHo
3 T = µoHo
5T = µoHo
Théorie I_{ins} Refroidi dans H_o Modèle fil rond
I_b Refroidi dans H_o Modèle plaque
I critique
1T
3T
5T
T[°k]
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
4
5
6
7
8

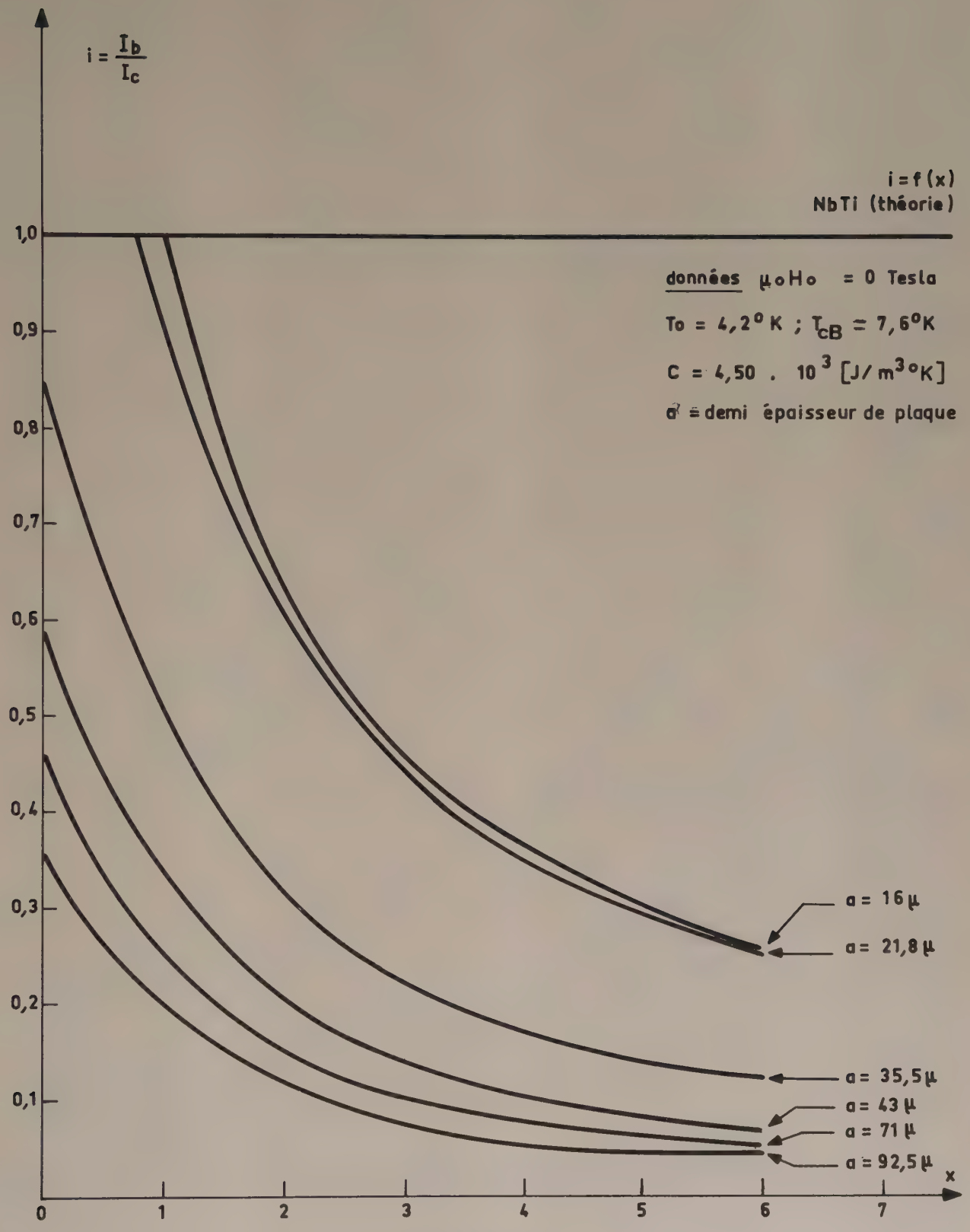
Courbe III – 2


Stabilisant 80 µ | Pb Au
Nb 40 % Ti ϕ = 220 µ
I [A]
Refroidi dans H0
Expérience Pb
Au
Refroidi dans H0
Théorie fil rond | plaque
Pb
Au
Pb (expérience)
Pb (théorie - fil rond)
Au (expérience)
Pb (théorie - plaque)
Au (théorie - plaque)
Au (théorie - fil rond)
1 T
3 T
5 T
T [°k]
200
150
100
50
0
4
5
6
7
8

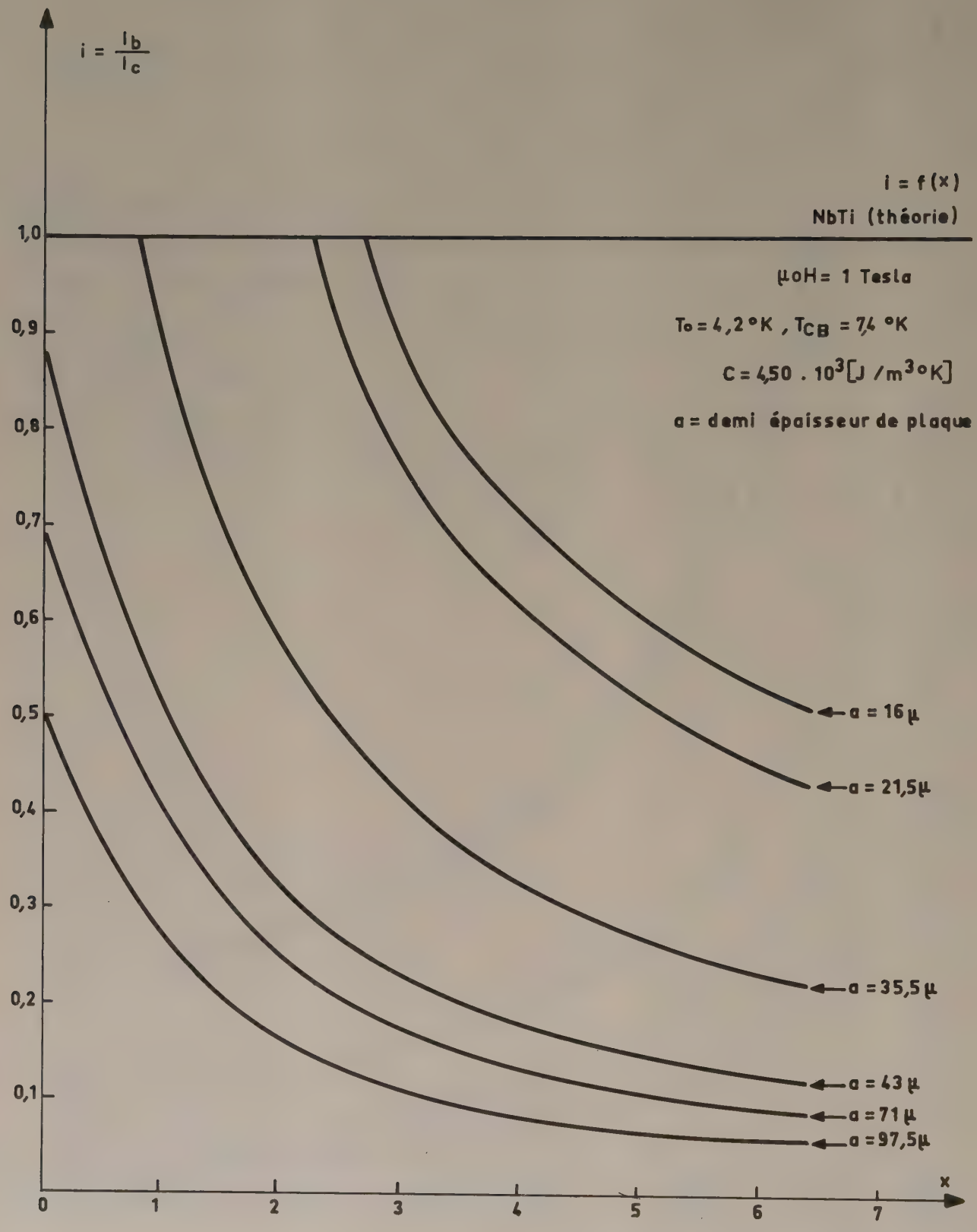
Courbe III - 3


(I_b/I_c)
Théorique $I_b/I_c = f[a]$
$\mu_o H_o$ = 1 tesla
T_o = 4,2 °K
X = $\frac{\Delta H}{H_i}$ = 0
0,5
[a]
$[10^{-6}_m]$
25µ
50µ
75µ
100µ

Courbe III - 4



Courbe III – 5a



Courbe III – 5 b

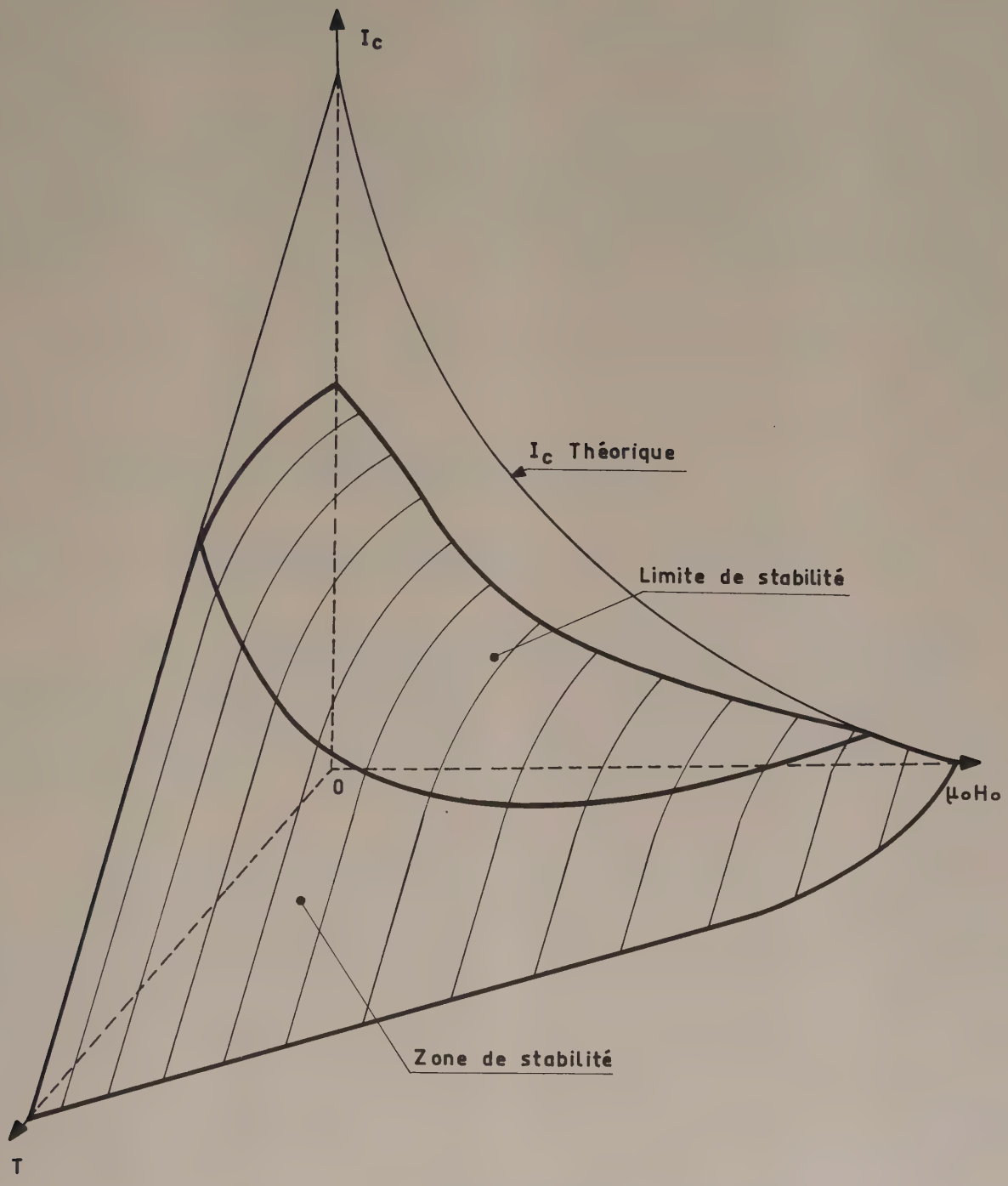

I_c
I_c Théorique
Limite de stabilité
0
$\mu_o H_o$
Zone de stabilité
T

Fig. III - 13

IV - INSTABILITES DANS UNE PLAQUE SOUMISE APRES REFROIDISSEMENT, SUCCESSIVEMENT A UNE VARIATION DE CHAMP ET A UNE INJECTION DE COURANT

IV.1 - Définitions des variables ΔH_{ex}

IV.1.1 - Les courants diamagnétiques

Dans le chapitre précédent nous avons montré l'influence des instabilités thermiques ou magnétiques sur les courants de transports admissibles I_b, dans des échantillons de NbTi refroidis au préalable dans un champ H_o.

Le contenu du présent chapitre présente la continuation des travaux précédents, élargis au cas où le champ extérieur polarisant appelé ΔH_{ex}, a varié après le refroidissement du matériau à la température de fonctionnement choisie. On précise que cette variation du champ extérieur ΔH_{ex} n'est pas liée au passage d'un courant dans le matériau. Elle se produit avant que le matériau ne transporte un courant. Par contre la variation de ce ΔH_{ex} induit des courants dans le matériau d'après les équations de Maxwell et le modèle de Bean. Nous les appellerons courants diamagnétiques [62] [63].

IV.1.2 - Mécanisme d'apparition des énergies

On étudie l'effet de l'augmentation de la température sur la répartition des champs magnétiques et électriques et sur l'énergie dissipée, dans une plaque d'épaisseur 2a qui, après son refroidissement à 4,2°K, subit l'effet d'une variation ΔH_{ex} du champ magnétique extérieur parallèle à sa surface, et tel que $\Delta H_{ex} \leq J_{c_o} a$. Cette plaque transporte ensuite un courant I. A la surface de la plaque le champ magnétique lié à ce courant est appelé H_i .

Le matériau est échauffé uniformément dans tout son volume jusqu'à une température finale T_f telle que $H_i/a = J_{cf}$.

Par conséquent, T_f est la température T_{cB_i} pour laquelle le courant I devient critique.

La répartition du champ magnétique dans la plaque dépend tout d'abord du rapport de H_i à ΔH_{ex} existant, puis de la variation de la température supposée, nous venons de le dire, uniforme dans le matériau. Précisons les profils de pénétration de champ dans la plaque liés à ΔH_{ex} et H_i .

IV.1.3 - Pénétration dans le matériau du champ ΔH_{ex}

Nous appelons toujours I_b le courant de blocage, et nous montrons que I_b dans les cas étudiés dépend, en plus des paramètres (T_o , J_c , H_o , C et a) mis en évidence au chapitre précédent, du profil de champ magnétique qui s'est établi dans la plaque lors de l'application de ΔH_{ex} à sa surface.

Evaluons donc les énergies qui apparaissent lors d'un saut de flux complet en fonction de ΔH_{ex} et I [64].

Examinons les profils de pénétration du champ magnétique avant le saut de flux.

a) ΔH_{ex} appliqué $\leqslant \frac{H_i}{2}$

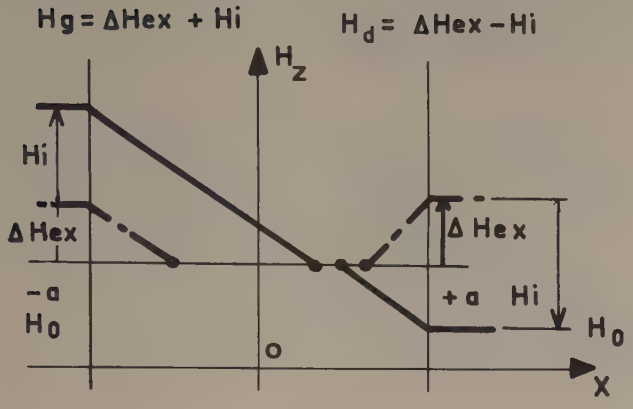


Fig. IV -1-a

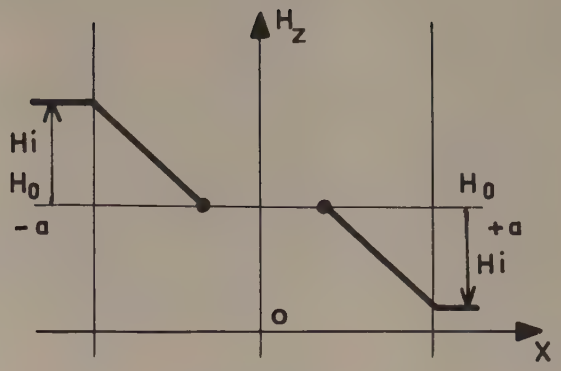


Fig. IV -1-b

La figure IV.1.a donne la forme de ce profil de pénétration dans le cas où

$$\Delta H_{ex} < \frac{H_i}{2}$$

A la limite, si ΔH_{ex} est nul, on retrouve le cas déjà étudié (Chapitre III) de la plaque refroidie dans un champ H_o et transportant un courant I, en absence de tout champ ΔH (voir figure IV.1.b).

b) ΔH_{ex} appliqué $> \frac{H_i}{2}$

Le profil initial de pénétration du champ magnétique avant le saut de flux est représenté figure IV.2.a.

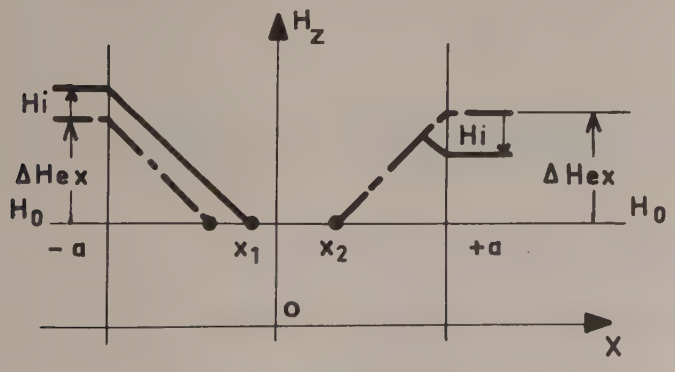


Fig. IV -2-a

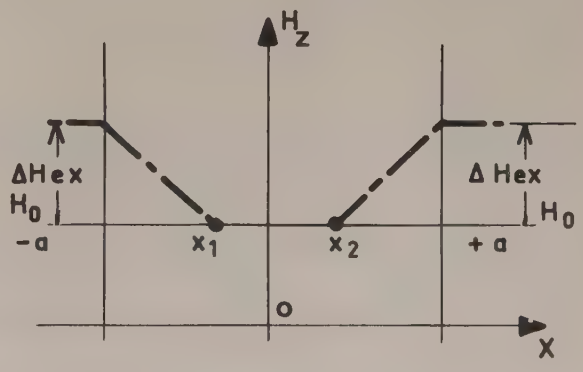


Fig. IV -2-b

Un profil limite apparaît lorsque la valeur de $H_i/2$ est nulle, soit $H_i = 0$ donc I transporté nul. Dans ce cas un saut de flux est complet, lorsque il élève la température du matériau jusqu'à sa température critique T_{cB}, qui est la limite de T_{cB_i} lorsque I tend vers zéro.

Les figures IV.3.a et IV.3.b supposent le matériau complètement pénétré après application de ΔH_{ex} et du courant transporté I. On relie donc aux abscisses x_1 et x_2 confondues la notion de matériau "complètement pénétré" par le champ magnétique, expression que nous utilisons par la suite.

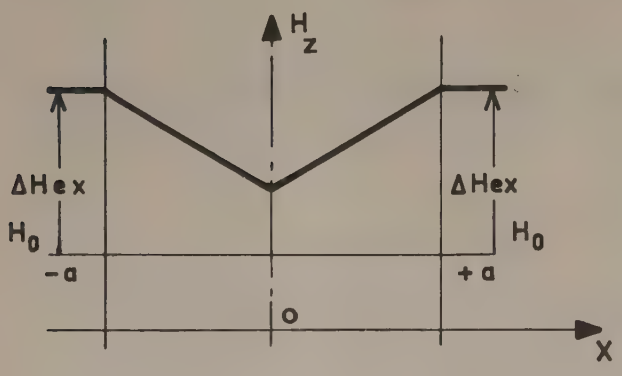


Fig. IV -3-a

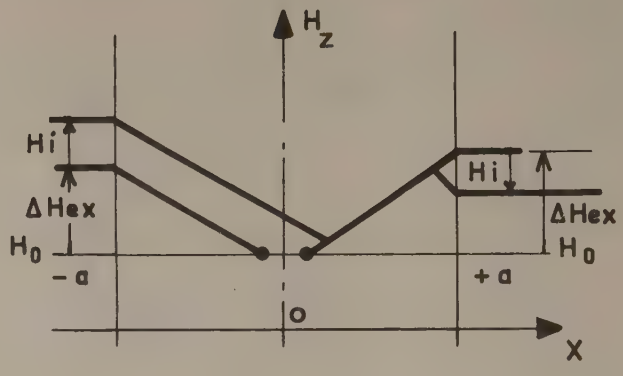


Fig. IV -3-b

Ayant ainsi recensé tous les profils de champ existant avant le saut de flux, c'est-à-dire à $T_{initiale} = T_o = 4{,}2°K$ (par exemple), regardons l'évolution de ces profils de champ lorsque le saut de flux se développe c'est-à-dire lorsque T passe de T_o à une température T_{cB_i}, température pour laquelle le courant transporté devient critique.

IV.1.4 - Incidence sur les profils de pénétration d'un accroissement ΔT de température

a) $\Delta H_{ex} \leqslant \frac{H_i}{2}$

Dans ce cas, figure IV.4, les abscisses de champ électrique nul x_{1_o} et x_{2_o}, se rejoignent en x_3, lorsque la température s'élève de T_o à T_{cB_i}.

Nous calculons alors par la méthode exposée au Chapitre III les énergies dissipées dans une instabilité, pour laquelle le profil (o) correspondant à la température T_o, se transforme en profil (1), pour la température $T = T_{cB_i}$. Figure IV.4.

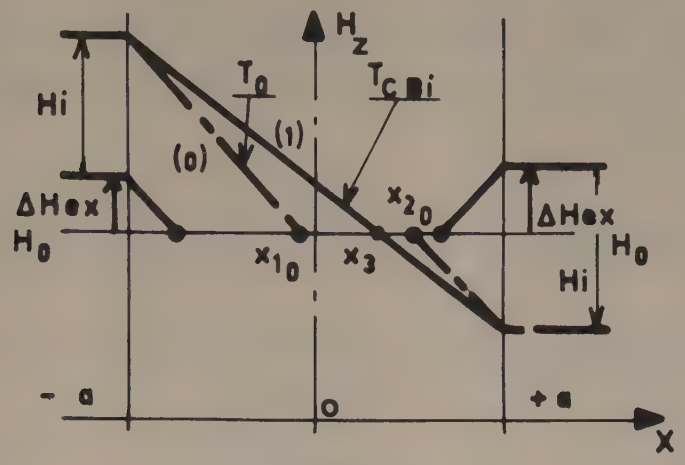


Fig. IV - 4

Il apparaît immédiatement que les abscisses x_{1_o} et x_{2_o} se rejoignent au point d'abscisse x_3.

Nous avons déjà rencontré cette configuration de pénétration d'induction dans le cas où la plaque refroidie préalablement dans un champ H_o, transportait un courant I, et était soumise à un champ ΔH proportionnel à ce courant.

On se reportera au Chapitre III.3.1.a précédent, pour le détail des calculs. Rappelons qu'alors les énergies dissipées s'écrivent sous une autre forme :

$$W_{ac_o} = \frac{\mu_o}{6a} \left[\frac{1}{J_{c_{o_1}}} - \frac{1}{J_{c_{o_0}}} \right] \left[(\Delta H_{ex} + H_i)^3 - (\Delta H_{ex} - H_i)^3 \right] \quad \text{(III.27)}$$

où $J_{c_{o_0}}$ est la densité de courant critique initiale (température T_o, H_o)

et $J_{c_{o_1}}$ la densité de courant finale (température $T = T_{cB_i}$ (et H_o))

Remarque :

Si $\Delta H_{ex} \equiv 0$ nous retrouvons la relation classique des énergies dissipées sous champ propre H_i uniquement.

$$\text{Soit :} \quad W_o = 2 \frac{\mu_o}{3} \left[\frac{1}{J_{c_{o_1}}} - \frac{1}{J_{c_{o_0}}} \right] \frac{H_i^3}{2a}$$

ou encore en courant réduit:

$$W_o = \frac{\mu_o}{3} a^2 J_c^2 (1 - i) i^2$$ (identique aux relations III.19 et III.20)

Calculons maintenant l'énergie dissipée lorsque $\Delta H_{ex} > H_i/2$.

b) $\Delta H_{ex} > \frac{H_i}{2}$

La figure IV.5 décrit la variation du profil de champ magnétique provoqué par l'élévation de la température de T_o à T_1.

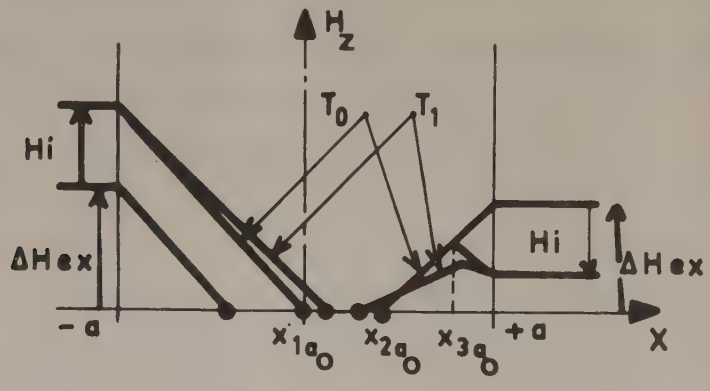


Fig. IV - 5

Les abscisses x_{1a_o}, x_{2a_o} et x_{3a_o} de champ électrique nul se déplacent.

(Nous négligerons dorénavant de faire figurer sur les schémas le niveau de champ H_o dans lequel la plaque est au préalable refroidie).

Nous appellerons régime a) le cas où les profils de champ magnétique à droite et à gauche ne se rencontrent pas par échauffement ou par croissance de H_i .

soit : $x_{1_a} < x_{2_a}$ (Figure IV. 6. a)

Nous appellerons régime b) le cas où les profils de champ magnétique, par suite de l'échauffement, se sont rejoints en $x_{1_{b_o}}$ (Figure IV. 6. b).

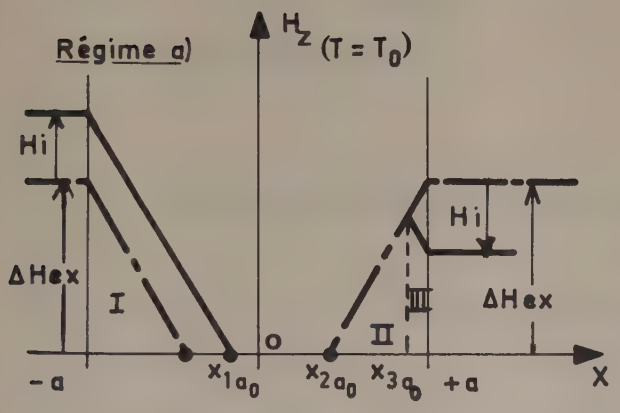


Fig. IV - 6 - a

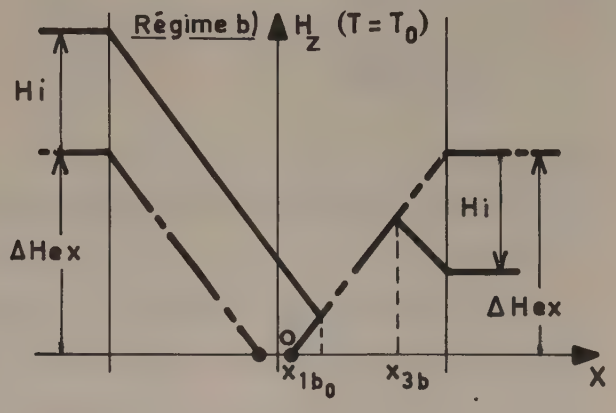


Fig. IV - 6 - b

Lors d'un saut de flux simultanément au déplacement de x_{1a_o} et de x_{2a_o} vers les points x_{1a_1} et x_{2a_1}, le point x_{3a_o} se déplace vers x_{3a_1}.

Nous appellerons régime ac) le cas où x_{1a_0} est différent de x_{2a_0} mais où x_{3a_o} a disparu (à la limite $x_{3a_1} > a$). Figures IV. 7. a.

Nous appellerons régime bc) le cas où x_{1b_o} et x_{2b_o} sont confondues et où x_{3b_o} a disparu ($x_{3b_o} > a$). Figure IV. 7. b).

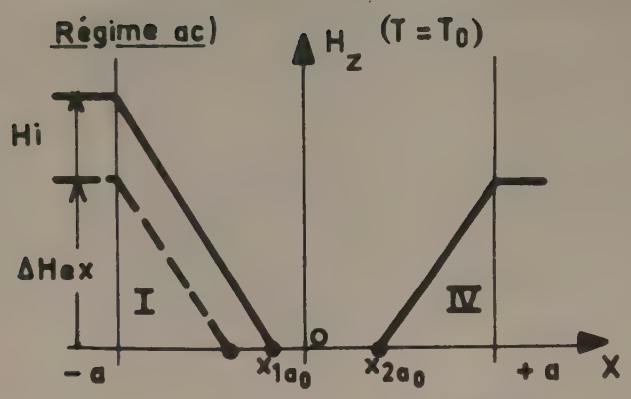


Fig. IV - 7- a

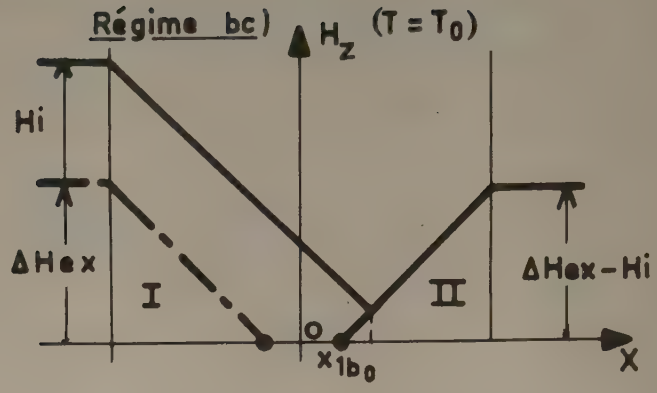


Fig. IV -7- b

IV.1.5 - Incidence du saut de flux sur les densités de courant

Soit un profil donné de régime a), Figure IV.8. A la température initiale T_o il existe dans la plaque la densité J_{ca_o} qui décroît jusqu'à J_{ca_1} pour la température T_1 correspondant à la fin du régime a). La température continuant à s'élever, les régimes ac) ou régime b) apparaissent. Leur établissement est soumis à une condition liant l'abscisse x_3 à l'épaisseur

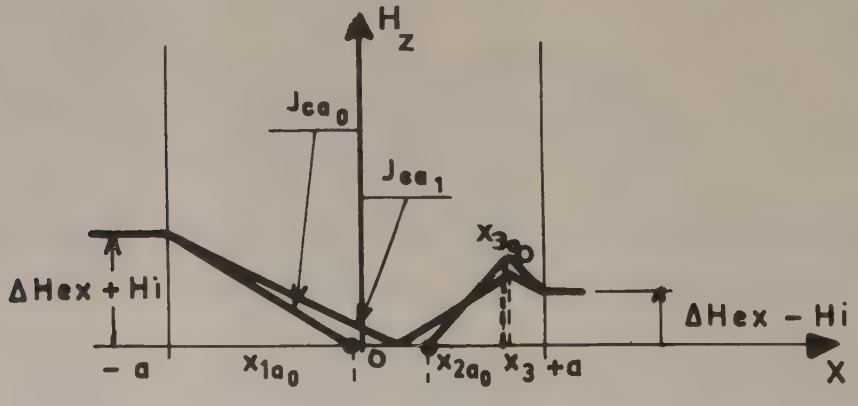


Fig. IV -8

de la plaque a . A chaque régime de profil d'induction,sont associées une densité de courant initiale et une densité finale, affectées d'un indice selon le régime considéré (a, ac, b, ou bc) et d'un indice numérique (0) pour la grandeur initiale,(1) pour la grandeur finale.

Les densités critiques exprimées en J_{ca}, ou en J_{cb},vont diminuer encore jusqu'à J_{cf} associée à T_{cB_i} de deux manières possibles :

- soit par passage de a) en ac)
- soit par passage de a) en b) puis bc).

Les conditions de passage d'un régime à un autre sont fixées, on vient de le voir, par les valeurs relatives des abscisses des points de champ électrique nuls. En conclusion, la fin d'un régime exprimée en densité de courant, est aussi le début du régime suivant et cela jusqu'à ce que, de régime en régime, la densité J_{cf} telle que $\frac{H_i}{a} = J_{cf}$, soit atteinte. A ce moment là le saut de flux est total.

Pour évaluer l'énergie dissipée, il faut donc évaluer la somme des énergies dissipées,durant les différents régimes,qui constituent la succession des profils.

Nous calculons les énergies dissipées dans ces différents régimes depuis J_{c_o} jusqu'à J_{c_f} .

Pour cela précisons les abscisses auxquelles le champ électrique est nul, et les différents régimes de pénétration du champ magnétique.

IV.2 - Les différents régimes de pénétration du champ magnétique

IV.2.1 - Abscisses des champs E = o pour $\Delta H_{ex} > \frac{H_i}{2}$

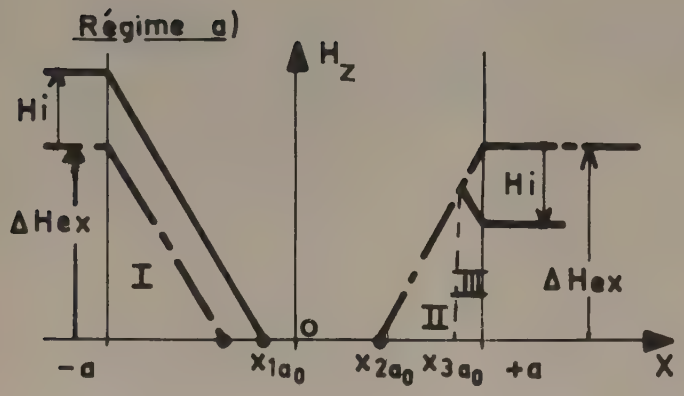


Fig. - 9 - a

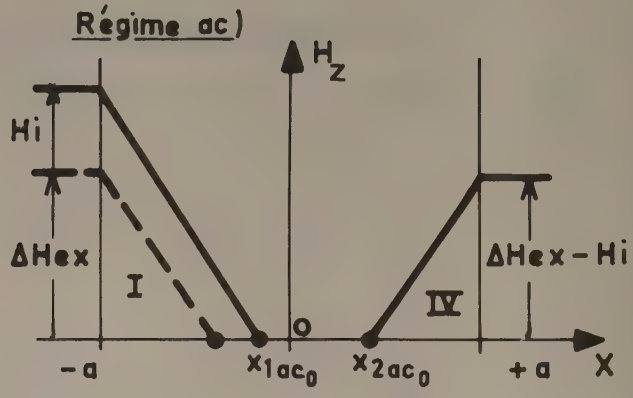


Fig. - 9 - b

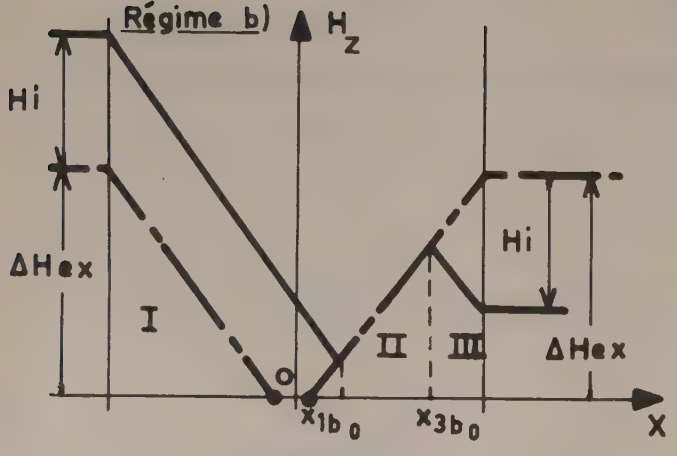


Fig. - 9 - c

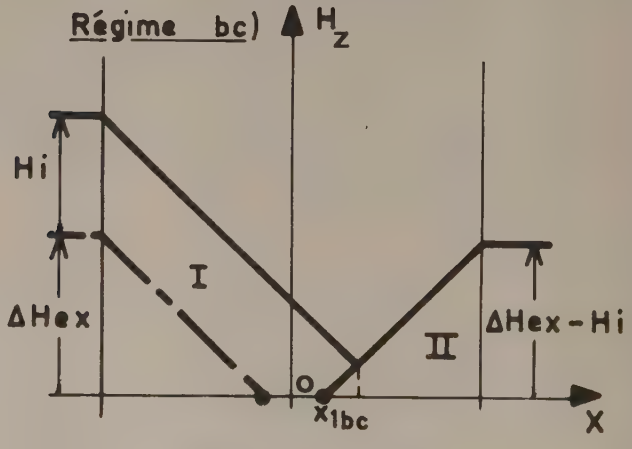


Fig. - 9 - d

Nous reportons ci-dessus les schémas représentant les profils magnétiques pour les différents régimes :

régime a)	Figure IV. 9. a
régime ac)	Figure IV. 9. b
régime b)	Figure IV. 9. c
régime bc)	Figure IV. 9. d

dont les abscisses correspondantes sont :

$$x_{1a_o} = -a + \frac{\Delta H_{ex} + H_i}{J_{ca_o}} \qquad (IV.1)$$

$$x_{2a_o} = a - \frac{\Delta H_{ex}}{J_{ca_o}} \qquad (IV.2)$$

$$x_{3a_o} = a - \frac{H_i}{2\,J_{ca_o}} \qquad (IV.3)$$

$$x_{1b_o} = \frac{H_i}{2\,J_{cb_o}} \qquad (IV.4)$$

$$x_{3b_o} = a - \frac{H_i}{2\,J_{cb_o}} = x_{3a_o} \qquad (IV.5)$$

IV.2.2 - Répartition des champs magnétiques

La répartition du champ magnétique dans les différentes zones, lorsque J_c diminuera à la suite d'un échauffement isotherme, sera donné par :

$$H_I = \Delta H_{ex} + H_i - J_c\,(x + a) \qquad (IV.6)$$

$$H_{II} = \Delta H_{ex} - H_i + J_c\,(a - x_3) - J_c\,(x_3 - x) \qquad (IV.7)$$

$$H_{III} = \Delta H_{ex} - H_i + J_c\,(a - x) \qquad (IV.8)$$

$$H_{IV} = \Delta H_{ex} - H_i - J_c\,(a - x) \qquad (IV.9)$$

Pour le régime a) qui va se conserver jusqu'à ce que l'abscisse x_{1a} soit identique à x_{2a}, les abscisses x_{1a} et x_{2a} sont données par :

$$x_{1a} = \frac{\Delta H_{ex} + H_i}{J_c} - a \qquad \text{(IV.10)}$$

$$x_{2a} = 2x_3 - a - \frac{\Delta H_{ex} - H_i}{J_c} \qquad \text{(IV.11)}$$

et

$$x_{2a_c} = a - \frac{\Delta H_{ex} - H_i}{J_c} \qquad \text{(IV.12)}$$

Connaissant la répartition de H dans le temps, nous pouvons calculer ainsi le champ électrique E puisque:

$$\overrightarrow{\text{rot } E} = - \frac{\overrightarrow{\partial H}}{\partial t}$$

soit alors

$$E_y = - \mu_o \int_{x_o}^{x_1} \frac{\partial H}{\partial t} \, dx + E(x_o) \qquad \text{(IV.13)}$$

Pour calculer E nous prendrons pour x_o l'un des trois points x_1 , x_2 , x_3 car en ces points, le champ électrique est nul. D'autre part la répartition des champs magnétiques H_{II} et H_{III} est fonction de x_3 . Il nous faut donc déterminer l'expression de x_3 .

De la condition $E \equiv 0$, à x_2 et x_3, on obtient l'équation différentielle suivante pour x_3 :

$$\frac{\partial x_3}{\partial t} + x_3 \frac{1}{4J_c} \frac{\partial J_c}{\partial t} - \left[a - \frac{\Delta H_{ex} - H_i}{J_c}\right] \frac{1}{4J_c} \frac{\partial J_c}{\partial t} = 0 \qquad \text{(IV.14)}$$

et d'une façon analogue pour le régime b) :

$$\frac{\partial x_3}{\partial t} + x_3 \frac{1}{2J_c} \frac{\partial J_c}{\partial t} - \left[a + \frac{H_i}{J_c}\right] \frac{1}{4J_c} \frac{\partial J_c}{\partial t} = 0 \qquad \text{(IV.15)}$$

A l'aide des valeurs initiales de x_{3a_o} et x_{3b_o} nous trouvons comme solution des équations pour x_3, les expressions suivantes :

$$x_{3a} = a + \left[x_{3a_o} - a - \frac{\Delta H_{ex} - H_i}{3 J_{ca_o}}\right] \sqrt[4]{\frac{J_{ca_o}}{J_c}} + \frac{\Delta H_{ex} - H_i}{3 J_c} \qquad \text{(IV.16)}$$

$$x_{3b} = \frac{a}{2} + \left[x_{3b_o} - \frac{a}{2} + \frac{H_i}{2J_{cb_o}}\right] \sqrt{\frac{J_{cb_o}}{J_c}} - \frac{H_i}{2 J_c} \qquad \text{(IV.17)}$$

Pour chaque régime a) ac) b) et bc) et pour les régimes particuliers a_{co}), S_o), calculons les énergies apparues lors d'un saut de flux complet.

IV.3 - Détermination des énergies dissipées

IV.3.1 - Energies dissipées dans les différents régimes

Nous recherchons les pertes à partir de l'équation générale établie en III.

Soit : $W_{\text{énergies}} = \int_{t_1}^{t_2} P\,dt - [W_{\text{mag. finale}} - W_{\text{mag. initiale}}]$

De manière systématique examinons tous les régimes.

a) Régime a_{c_o} dont les profils initial et final sont ceux de la Figure IV.10.

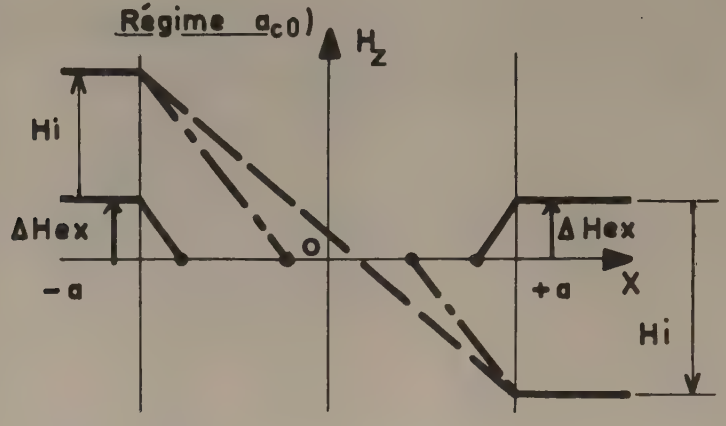


Fig. IV -10

Nous rappelons simplement dans ce cas là que l'énergie dissipée par unité de volume est :

$$W_{ac_o} = \frac{\mu_o}{6a}\left[\frac{1}{J_{co_1}} - \frac{1}{J_{co_0}}\right]\left[(\Delta H_{ex} + H_i)^3 - (\Delta H_{ex} - H_i)^3\right] \qquad \text{(IV.18)}$$

J_{co_o} = densité initiale

$J_{co_1} = J_{cf}$ = densité finale

b) Régime a dont les profils initial et final sont donnés par la figure IV.11

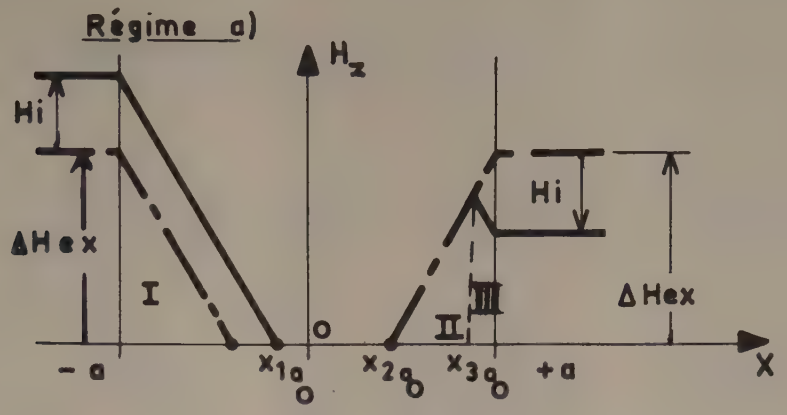


Fig. IV - 11

J_{ca_o} = densité initiale

J_{ca_1} = densité finale avant passage au régime suivant.

De E, surface de gauche: $$E_{S_{I_a}} = \int_{x_{1a}}^{-a} -\frac{\partial B}{\partial t}\, dx \qquad \text{(IV.19.a)}$$

De E, surface de droite: $$E_{S_{III_a}} = \int_{x_{3a}}^{+a} -\frac{\partial B}{\partial t}\, dx \qquad \text{(IV.19.b)}$$

en posant $\psi_a = \int_{t_{a_o}}^{t_{a_1}} P\, dt = \int_{t_{a_o}}^{t_{a_1}} [\Delta H_{ex} (E_{S_{Ia}} - E_{S_{IIIa}}) + H_i (E_{S_{Ia}} + E_{S_{IIIa}})]\, dt$

(IV.20)

avec

$$E_{S_{Ia}} = -\frac{\mu_o}{2} \frac{\partial J_c}{\partial t} \left[\frac{\Delta H_{ex} + H_i}{J_c}\right]^2$$

et $$E_{S_{IIIa}} = -\mu_o \frac{\partial J_c}{\partial t} \left[\frac{2\Delta H_{ex} + H_i}{6 J_{ca_o}} \sqrt[4]{\frac{J_{ca_o}}{J_c} + \frac{\Delta H_{ex} - H_i}{3 J_c}}\right]^2$$

La variation d'énergie magnétique emmagasinée est :

$$\Delta W_{mag} = \frac{\mu_o}{6} [\Delta H_{ex} + H_i]^3 [\frac{1}{J_{ca_1}} - \frac{1}{J_{ca_o}}] - \frac{\mu_o}{6} [\Delta H_{ex} - H_i]^3 [\frac{1}{J_{ca_1}} - \frac{1}{J_{ca_o}}]$$

$$+ \frac{\mu_o}{3J_{ca_1}} H^3_{III}(x_{3a_1}) - \frac{\mu_o}{3J_{ca_o}} H^3_{III}(x_{3a_o}) \qquad \text{(IV.21)}$$

(les valeurs $H_{III}(x_{3a_1})$ et $H_{III}(x_{3a_o})$ sont reportées en annexe).

L'énergie dissipée : $W_a = \Psi_a - \Delta W_{mag}$

soit :

$$W_a = \frac{\mu_o}{6a} \Big\{ (\Delta H_{ex} + H_i)^3 + (\frac{\Delta H_{ex} - H_i}{3})^3 [\frac{1}{J_{ca_1}} - \frac{1}{J_{ca_o}}] + \frac{H^3_{III}}{J_{ca_o}}(x_{3a_o})$$

$$- \frac{H^3_{III}}{J_{ca_1}}(x_{3a_1}) + \frac{2}{3} \frac{(2\Delta H_{ex} + H_i)(\Delta H_{ex} - H_i)}{J_{ca_o}^{3/4}} [J_{ca_o}^{-1/4} - J_{ca_1}^{-1/4}]$$

$$- \frac{(2\Delta H_{ex} + H_i)^2 (\Delta H_{ex} - H_i)}{12 J_{ca_o}^{3/4}} [J_{ca_o}^{1/2} - J_{ca_1}^{1/2}] \Big\} \qquad \text{(IV.22)}$$

c) Régime ac) Figure IV.12

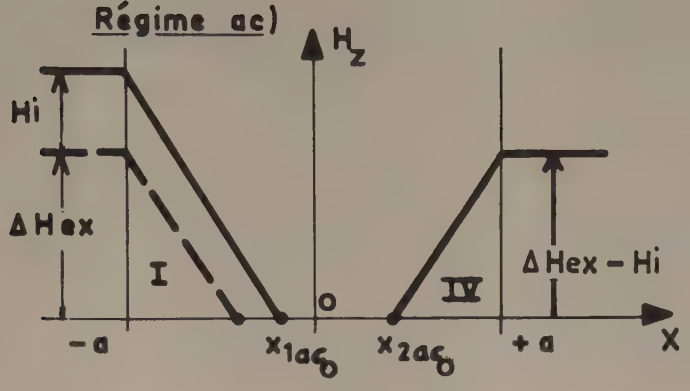


Fig. IV - 12

J_{cac_o} = densité initiale

J_{cac_1} = densité finale

Le point d'abscisse x_3 est exclu de la plaque. Soit alors l'expression des champs électriques:

E, surface de gauche :

$$E_{SI_{ac}} = E_{SI_a} = -\frac{\mu_o}{2}\frac{\partial J_c}{\partial t}\left[\frac{\Delta H_{ex} + H_i}{J_c}\right]^2 \qquad \text{(IV.23.a)}$$

E, surface de droite :

$$E_{SIII_{ac}} = \frac{\mu_o}{2}\frac{\partial J_c}{\partial t}\left[\frac{\Delta H_{ex} - H_i}{J_c}\right]^2 \qquad \text{(IV.23.b)}$$

De la relation :

$$\Psi_{a_c} = \int_{tac_o}^{tac_1} P\,dt = \int_{tac_o}^{tac_1} [\Delta H_{ex}\,(E_{SI_{ac}} - E_{SIII_{ac}}) + H_i\,(E_{SI_{ac}} + E_{sIII_{ac}})]\,dt \qquad \text{(IV.24)}$$

et de l'expression de la variation de l'énergie magnétique emmagasinée pendant le régime ac) :

$$\Delta W_{mag_{ac}} = \frac{\mu_o}{6} \left[(\Delta H_{ex} + H_i)^3 + (\Delta H_{ex} - H_i)^3 \right] \left[\frac{1}{J_{cac_1}} - \frac{1}{J_{cac_o}} \right] \qquad (IV.25)$$

on déduit la relation de l'énergie dissipée dans ce régime :

$$W_{ac} = \Psi_{ac} - \Delta W_{mag_{ac}}$$

soit:

$$W_{ac} = \frac{\mu_o}{6a} \left((\Delta H_{ex} + H_i)^3 + (\Delta H_{ex} - H_i)^3 \left[\frac{1}{J_{ca_{c1}}} - \frac{1}{J_{ca_{co}}} \right] \right) \qquad (IV.26)$$

d) Régime b) Figure IV.13

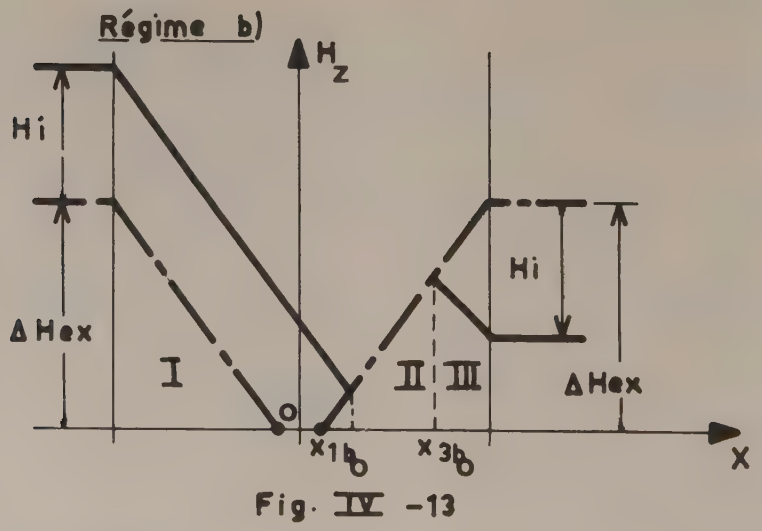


Fig. IV -13

J_{cb_o} = densité initiale

J_{cb_1} = densité finale

Le régime b) est un régime dit de pénétration totale ($x_{1b} \geq |a|$).

E, surface de gauche : $$E_{SI_b} = \int_{x_{1_b}}^{-a} -\frac{\partial B}{\partial t}\, dx \qquad \text{(IV.27.a)}$$

E, surface de droite : $$E_{SIII_b} = \int_{x_{3_b}}^{+a} -\frac{\partial B}{\partial t}\, dx \qquad \text{(IV.27.b)}$$

et $$\Psi_b = \int_{t_{b_o}}^{t_{b_1}} P\, dt = \int_{t_{b_o}}^{t_{b_1}} [(\Delta H_{ex} + H_i)\, E_{SI_b} - (\Delta H_{ex} - H_i) E_{SIII_b}]\, dt \qquad \text{(IV.27.c)}$$

avec $$E_{SI_b} = \frac{\mu_o}{2} \frac{\partial J_c}{\partial t} \left[x_{3b} + \frac{H_i}{J_c}\right]^2$$

et $$E_{SIII_b} = \frac{\mu_o}{2} \frac{\partial J_c}{\partial t} [x_{3b} - a]^2 \qquad \text{(IV.28)}$$

En tenant compte de la variation d'énergie emmagasinée qui est :

$$\Delta W_{mag_b} = \frac{\mu_o}{6} \left\{ [(\Delta H_{ex} + H_i)^3 \left[\frac{1}{J_{cb_1}} - \frac{1}{J_{cb_o}}\right] + \frac{2}{J_{cb_1}} [H^3_{III_b}(x_{3b_1}) - H_{I_b}(x_{1b_1})] \right.$$

$$\left. - \frac{2}{J_{cb_o}} [H^3_{III_b}(x_{3b_o}) - H_{I_b}(x_{1b_o})] - [\Delta H_{ex} - H_i]^3 \left[\frac{1}{J_{cb_1}} - \frac{1}{J_{cb_o}}\right] \right\} \qquad \text{(IV.29)}$$

et de l'équation qui donne les pertes dissipées $W_b = \Psi_b - \Delta W_{mag_b}$:

Il vient :

$$W_b = 2\,\mu_o\,\Delta H_{ex}\left[H_i\,\frac{a}{2}\left(\sqrt{\frac{J_{cb_o}}{J_{cb_1}}} - 1\right) + \frac{a^2}{2}\left(J_{cb_o} - \sqrt{J_{cb_1}\;J_{cb_o}}\right)\right.$$

$$+\frac{\mu_o H_i}{4}\left[\,a^2\,(J_{cb_o} - J_{cb_1}) + H_i^{\,2}\left(\frac{1}{J_{cb_1}} - \frac{1}{J_{cb_o}}\right) + \left(2a\,H_i + \frac{4a^2}{4}\,J_{cb_o}\right)\log\frac{J_{cb_o}}{J_{cb_1}}\,\right]$$

$$-\frac{\mu_o}{6}\left[(\Delta H_{ex} + H_i)^3 - (\Delta H_{ex} - H_i)^3\right]\left(\frac{1}{J_{cb_1}} - \frac{1}{J_{cb_o}}\right)$$

$$\left.+\frac{\mu_o}{3}\left[\frac{H^3_{I_b}(x_{1b_1}) - H_{III_b}(x_{3b_1})}{J_{cb_1}} - \frac{H^3_{I_b}(x_{1b_o}) - H^3_{III_b}(x_{3b_o})}{J_{cb_o}}\right]\right.$$

Nous reportons en annexe le détail des termes $H_{I_b}(x_{1b_1})$, $H_{III_b}(x_{3b_1})$, $H_{I_b}(x_{3b_o})$ et $H_{III_b}(x_{3b_o})$.

e) Régime bc) Figure IV.14

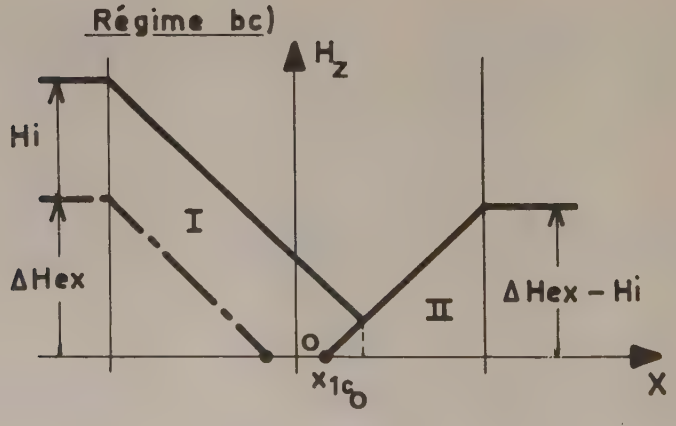


Fig. IV -14

Le régime bc) se distingue du régime b) par l'expulsion hors de la plaque du point d'abscisse x_{3b}, il est en ce sens comparable au régime ac) mais avec pénétration totale.

Soit alors l'expression des champs électriques :

E, face de gauche: $$E_{SI_{bc}} = \int_{x_{1c}}^{-a} - \frac{\partial B}{\partial t}\, dx \qquad \text{(IV.31.a)}$$

E, face de droite: $$E_{SII_{bc}} = \int_{x_{1c}}^{+a} - \frac{\partial B}{\partial t}\, dx \qquad \text{(IV.31.b)}$$

Soit alors :

$$E_{SI_{bc}} = -\frac{\mu_o}{2}\frac{\partial J_c}{\partial t}\left[a + \frac{H_i}{J_c}\right]^2 \quad \text{et} \quad E_{SII_{bc}} = \frac{\mu_o}{2}\frac{\partial J_c}{\partial t}\left[a - \frac{H_i}{J_c}\right]^2$$

et

$$\Psi_{bc} = \int_{tbc_o}^{tbc_1} P\, dt = \int_{tbc_o}^{tbc_1} \left[\Delta H_{ex}\,(E_{SI_c} - E_{SII_c}) + H_i\,(E_{SI_c} + E_{SII_c})\right] dt \qquad \text{(IV.32)}$$

La variation d'énergie magnétique emmagasinée s'exprime par :

$$\Delta W_{mag_{bc}} = \frac{\mu_o}{6J_{cbc_1}}\left[(\Delta H_{ex} + H_i)^3 - H_{I_c}^3\,(x_{1c_1}) + (\Delta H_{ex} - H_i)^3\right]$$

$$- \frac{\mu_o}{6J_{cbc_o}}\left[(\Delta H_{ex} + H_i)^3 - 2H_{I_c}^3\,(x_{1c_o}) + (\Delta H_{ex} - H_i)^3\right] \qquad \text{(IV.33)}$$

En développant le calcul de Ψ_{bc} il vient :

$$\Psi_{bc} = \mu_o \Delta H_{ex} \left[a^2 \left(J_{cbc_o} - J_{cbc_1} \right) - H_i^2 \left(\frac{1}{J_{cbc_o}} - \frac{1}{J_{cbc_1}} \right) \right.$$

$$\left. + 2\, a\, H_i^2\, \mu_o \operatorname{Log} \frac{J_{cbc_o}}{J_{cbc_1}} \right] \qquad \text{(IV.34)}$$

et puisque $W_{bc} = \Psi_{bc} - \Delta W_{mag_{bc}}$ nous arrivons à la relation des pertes dissipées:

$$W_{bc} = \frac{\mu_o \Delta H_{ex}}{2a} \left[a^2 \left(J_{cbc_o} - J_{cbc_1} \right) - \frac{\Delta H_{ex}^2}{3} \left(\frac{1}{J_{cbc_1}} - \frac{1}{J_{cbc_o}} \right) \right]$$

$$+ \mu_o H_i^2 \operatorname{Log} \frac{J_{cbc_o}}{J_{cbc_1}} + \frac{\mu_o}{6a} \left[\frac{H_{I_c}^3 (x_{1c_1})}{J_{cbc_1}} - \frac{H_{I_c}^3 (x_{1c_o})}{J_{cbc_o}} \right] \qquad \text{(IV.35)}$$

Abordons deux cas particuliers : soient les régimes que nous appelons régime bo) et régime So).

f) Régime bo) Figure IV.15

Ce régime correspondant au cas, où du début de l'instabilité jusqu'à l'apparition de l'état résistif (profil final) le matériau est pénétré par le champ magnétique avec des profils correspondants au régime b) précédemment défini.

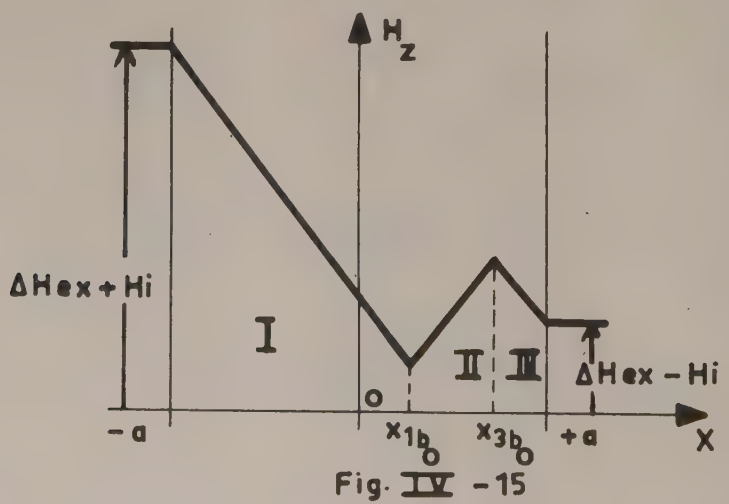


Fig. IV -15

Soit les expressions fondamentales des abscisses :

$$x_{3b_o} = a - \frac{H_i}{2 J_{cb_o}} \qquad x_{3b_1} = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{J_{cb_o} a}{H_i}} \qquad \text{(IV.36.a)}$$

$$x_{1b_o} = \frac{H_i}{2 J_{cb_o}} \qquad x_{1b_1} = x_{3b_1} \qquad \text{(IV.36.b)}$$

et les expressions des champs:

$$H_{I_b}(x_{1b_o}) = \Delta H_{ex} + \frac{H_i}{2} - J_{cb_o} \cdot a \qquad \text{(IV.36.c)}$$

$$H_{I_b}(x_{1b_1}) = \Delta H_{ex} + H_i - J_{cb_o} \left[\frac{a}{2} \sqrt{\frac{J_{cb_o} a}{H_i}} + a\right] \qquad \text{(IV.36.d)}$$

La relation qui exprime l'énergie dissipée dans ce régime bo) est :

$$W_{b_o} = \frac{\mu_o H_i^2}{2} \left\{ \left(\frac{\Delta H_{ex}}{H_i}\right)^2 \left[1 + \sqrt{\frac{a J_{co}}{4 H_i}} \left(1 - 2 \cdot \sqrt{\frac{a J_{co}}{H_i}} - \frac{a J_{co}}{H_i}\right)\right] \right.$$

$$+ \frac{\Delta H_{ex}}{H_i} \left[\left[1 - \frac{a J_{co}}{H_i} \left(1 + \frac{a J_{co}}{4 H_i}\right)\right]^2 - \frac{a J_{co}}{4 H_i} \right] + \left(\frac{a J_{co}}{H_i}\right)^2$$

$$\left[\frac{1}{3} + \left(1 + \sqrt{\frac{a J_{co}}{4 H_i}}\right)^2 - \frac{a J_{co}}{3 H_i} \left(1 + \sqrt{\frac{a J_{co}}{4 H_i}}\right)^3 \right] + \frac{1}{4}$$

$$\left. - \frac{a J_{co}}{4 H_i} \left(5 + \frac{11}{6} \cdot \sqrt{\frac{a J_{co}}{H_i}}\right) + \left(1 + \frac{a J_{co}}{2 H_i}\right) \mathrm{Log} \sqrt{\frac{a J_{co}}{H_i}} \right\}$$

(IV.37)

g) Régime S_o)

C'est un régime correspondant aux profils de la Figure IV.16.

Il n'y a pas de courant transporté dans le matériau, et seul le champ appliqué sur les faces, ΔH_{ex}, croît depuis 0 jusqu'à une valeur ΔH_{exj} que nous calculons. Pour cette valeur, le saut de flux, s'il s'est développé, est total et provoque la transition du matériau.

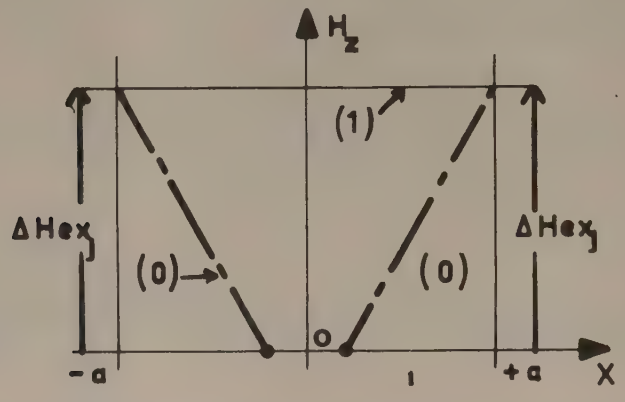


Fig. IV -16

Dans ce cas les énergies dissipées lors du passage du profil (0) au profil de pénétration complète (1) s'écrivent :

$$W_{S_o} = \frac{\mu_o}{6} \Delta H_{exj}^2 \left[3 - \frac{2\,\Delta H_{exj}}{a\,J_{ci}}\right] \qquad \text{(IV.38)}$$

L'expression de ces énergies rappelle les calculs faits par Wipf, puisque nous n'avons pas de courant transporté par le matériau.

Nous venons de calculer les pertes dissipées dans tous les cas de configurations magnétiques possibles. Avant d'effectuer la recherche des courants transportés pour lesquels l'énergie dissipée est identique à l'énergie admissible, il nous faut préciser les conditions aux limites exprimées en densité de courant, du passage d'un régime à un autre. C'est ce que nous faisons dans le paragraphe ci-dessous.

IV.3.2 - Séquences de régimes

On distinguera dans tous les cas le régime de départ, (déterminé par la valeur initiale J_{co}, ΔH_{ex} et H_i) qui peut être du type a) b) b_o) et S_o), et le régime d'arrivée ou final pour lequel:

$$J_{c_1} = J_{cf} = \frac{H_i}{a}$$

et qui est un régime b) ou bc).

Les différents régimes sont fixés par :

- régime a_{co}) $\quad J_{c_o} \cdot a > \Delta H_{ex}$ (IV.39.a)

$$\Delta H_{ex} \leqslant H_i/2$$

- régimes a) ac) b) bc) b_o) S_o) $\quad J_{c_o} a > \Delta H_{ex}$ (IV.39.b)

$$\Delta H_{ex} > H_i/2$$

Plaçons-nous dans les conditions de départ des régimes a) ac) b) et bc) et écrivons les conditions particulières de chacun d'eux.

La condition d'existence du régime a) ou ac) est :

$$x_{1_a} < x_{2_a}$$

traduit par :

$$\frac{\Delta H_{ex} + H_i}{J_c} - a \leqslant 2 x_{3_a} - a - \frac{\Delta H_{ex} - H_i}{J_c} \qquad \text{(IV.40)}$$

de plus :

$$x_{3_a} = a + (x_{3a_o} - a - \frac{\Delta H_{ex} - H_i}{3 J_{ca_o}}) \sqrt[4]{\frac{J_{ca_o}}{J_c}} + \frac{\Delta H_{ex} - H_i}{3 J_c} \qquad (IV.41)$$

où $$x_{3a_o} = a - \frac{H_i}{2 J_{ca_o}} \qquad (IV.42)$$

Finalement la condition d'existence du régime a) ou du régime ac) est :

$$\frac{2 \Delta H_{ex} + H_i}{2 a} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{J_c}{J_{ca_o}}\right)^{3/4} + \frac{2}{3} \right] \leqslant J_c \qquad (IV.43)$$

La condition ci-dessus (IV.43) étant remplie, la discrimination entre le régime a) et le régime ac) est obtenue par comparaison de la valeur x_{3a} à celle de "a" (demi épaisseur)

Soit $x_{3_a} \geqslant a$, ce qui suppose :

$$a \leqslant a + [x_{3a_o} - a - \frac{\Delta H_{ex} - H_i}{3 J_{ca_o}}] \sqrt[4]{\frac{J_{ca_o}}{J_c}} + \frac{\Delta H_{ex} - H_i}{3 J_c} \qquad (IV.44.a)$$

où, on la dit :

$$x_{3a_o} = a - \frac{H_i}{2 J_{ca_o}} \qquad (IV.44.b)$$

Donc $$\frac{2 (\Delta H_{ex} - H_i)}{2 \Delta H_{ex} + H_i} \cdot J_{ca_o}^{3/4} \geqslant J_c^{3/4} \qquad (IV.45)$$

Finalement le régime a) existe si l'inégalité (IV.43) est vérifiée et si l'inégalité (IV.45) ne l'est pas, tandis que le régime ac) suppose ces deux inégalités (IV.43) et (IV.45) satisfaites.

Si l'inégalité (IV.43) $\frac{2\,\Delta H_{ex} + H_i}{2a}\left[\frac{1}{3}\left(\frac{J_c}{J_{ca_o}}\right)^{3/4} + \frac{2}{3}\right] \leqslant J_c$

n'est pas satisfaite, la plaque se trouve en régime b) ou bc).

Elle est en régime b) si, de plus, l'inégalité suivante n'est pas satisfaite

$$\frac{x_{3b_o} - \frac{a}{2} + \frac{H_i}{2\,J_{cb_o}} + \sqrt{\left(x_{3b_o} - \frac{a}{2} + \frac{H_i}{2J_{cb_o}}\right)^2 - \frac{a\,H_i}{J_{cb_o}}}}{a}\, J_{cb_o}^{1/2} > J_c^{1/2} \qquad \text{(IV.46)}$$

avec $x_{3b_o} = a - \frac{H_i}{2\,J_{cb_o}}$

Par contre, si cette inégalité est satisfaite, elle est en régime bc).

Le calcul des pertes pour un ΔH_{ex}, un H_i et J_{c_o} donné se fait alors de la façon suivante :

Nous déterminons les régimes successifs par lesquels la plaque va passer, lorsque J_c varie de J_{c_o} à $J_{c_f} = \frac{H_i}{a}$. Pour cela nous examinons le régime de départ.

Si $\frac{2\,\Delta H_{ex} + H_i}{2a}\left[\frac{1}{3}\left(\frac{J_c}{J_{ca_o}}\right)^{3/4} + \frac{2}{3}\right] \leqslant J_c$ avec $J_c = J_{c_o}$

est remplie, nous partons du régime a). Nous vérifions si pour passer au régime b) nous passons par le régime ac).

Pour cela, nous déterminons la valeur de J_{ca_b} qui traduit le passage du régime a) ou ac) au régime b) ou bc) en transformant en équation l'inégalité précédente :

$$J_c^4 + J_c^3 \left[-4 \left[\frac{2\Delta H_{ex} + H_i}{3a} \right] - \left[\frac{2\Delta H_{ex} + H_i}{6a J_{c_o}^{3/4}} \right]^4 \right] + J_c^2 \, 6 \left(\frac{2\Delta H_{ex} + H_i}{3a} \right)^2$$

$$- J_c \cdot 4 \cdot \left[\frac{2\Delta H_{ex} + H_i}{3a} \right]^3 + \left[\frac{2\Delta H_{ex} + H_i}{3a} \right]^4 = 0 \qquad \text{(IV.47)}$$

Si J_{ca_b}, racine la plus grande de cette équation, satisfait l'inégalité suivante :

$$J_{ca_b}^{3/4} < \frac{2(\Delta H_{ex} - H_i)}{2\Delta H_{ex} + H_i} J_{c_o}^{3/4} \qquad \text{(IV.48)}$$

La plaque passe au régime ac) lorsque $J_c = J_{c_t}$ tel que

$$J_{c_t} = \left[\frac{2(\Delta H_{ex} - H_i)}{2\Delta H_{ex} + H_i} \right]^{4/3} \cdot J_{c_o}$$

valeur déduite de l'inégalité (IV.48).

La plaque passera, ensuite, du régime ac) au régime bc), régime dans lequel la transition, vers l'état normal, apparaît.

Si au contraire :

$$J_{ca_b}^{3/4} > \left[\frac{2(\Delta H_{ex} - H_i)}{2\Delta H_{ex} + H_i} \right] \cdot J_{c_o}^{3/4} \qquad \text{(IV.49)}$$

la plaque passe du régime a) au régime b) lorsque $J_c = J_{ca_b}$
Soit symboliquement:

$$J_{ca_1} = J_{cb_o} = J_{ca_b} \qquad \text{(IV.50)}$$

Dans le dernier cas envisagé, la plaque atteint J_{cf} en régime b) ou régime bc).

Si J_{cf} est inférieur à J_{cbb} avec J_{cbb} défini par :

$$J_{cbb} = \frac{\left(x_{3b_o} - \frac{a}{2} + \frac{H_i}{2J_{cb_o}} + \sqrt{\left(x_{3b_o} - \frac{a}{2} + \frac{H_i}{2J_{cb_o}}\right)^2 - \frac{aH_i}{J_{cb_o}}}\right)^2}{a^2} J_{cb_o} \qquad \text{(IV.51)}$$

la transition, s'effectuera dans le régime b). Dans le cas contraire elle aura lieu dans le régime bc).

Pour le cas particulier du régime b_o) qui est le régime b) du départ J_{co}, jusqu'à la fin, J_{cf}, les conditions d'existence sont :

$$J_{c_o} \leqslant \frac{2\,\Delta H_{ex} + I}{2\,a} \qquad \text{(IV.52)}$$

I : courant de transport

et

$$J_{cf} = \frac{H_i}{a} > J_{cbb} = \left[\frac{1}{2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{H_i}{a\,J_{c_o}}}\right]^2 J_{c_o} \qquad \text{(IV.53)}$$

IV.3.3 - Expressions des énergies totales dissipées

Les conditions d'apparition d'un régime, exprimées en densité de courant critique, donc en température, permettent de calculer l'énergie dissipée jusqu'à la transition du matériau.

Cette énergie se présente alors, comme la somme des énergies relatives aux différents régimes existant successivement pour venir à cet état final.

Les conditions sur les courants (densité) définissent la manière d'effectuer cette somme.

Globalement nous distinguons trois cas, que nous appelons $W_{a c_o}$, W_A , W_B .

1 - Régime de pertes $W_{a c_o}$ si $\Delta H_{ex} \leq H_i/2$

2 - Régime de pertes W_A si $\Delta H_{ex} > H_i/2$

(départ en régime a)) et $J_{c_o} > \dfrac{2\,\Delta H_{ex} + H_i}{2\,a}$

3 - Régime de pertes W_B si $\Delta H_{ex} > H_i/2$

(départ en régime b)) et $J_{c_o} \leq \dfrac{2\,\Delta H_{ex} + H_i}{2\,a}$

A partir des conditions énoncées dans le paragraphe précédent, le tableau ci-après peut être établi. (page 111).

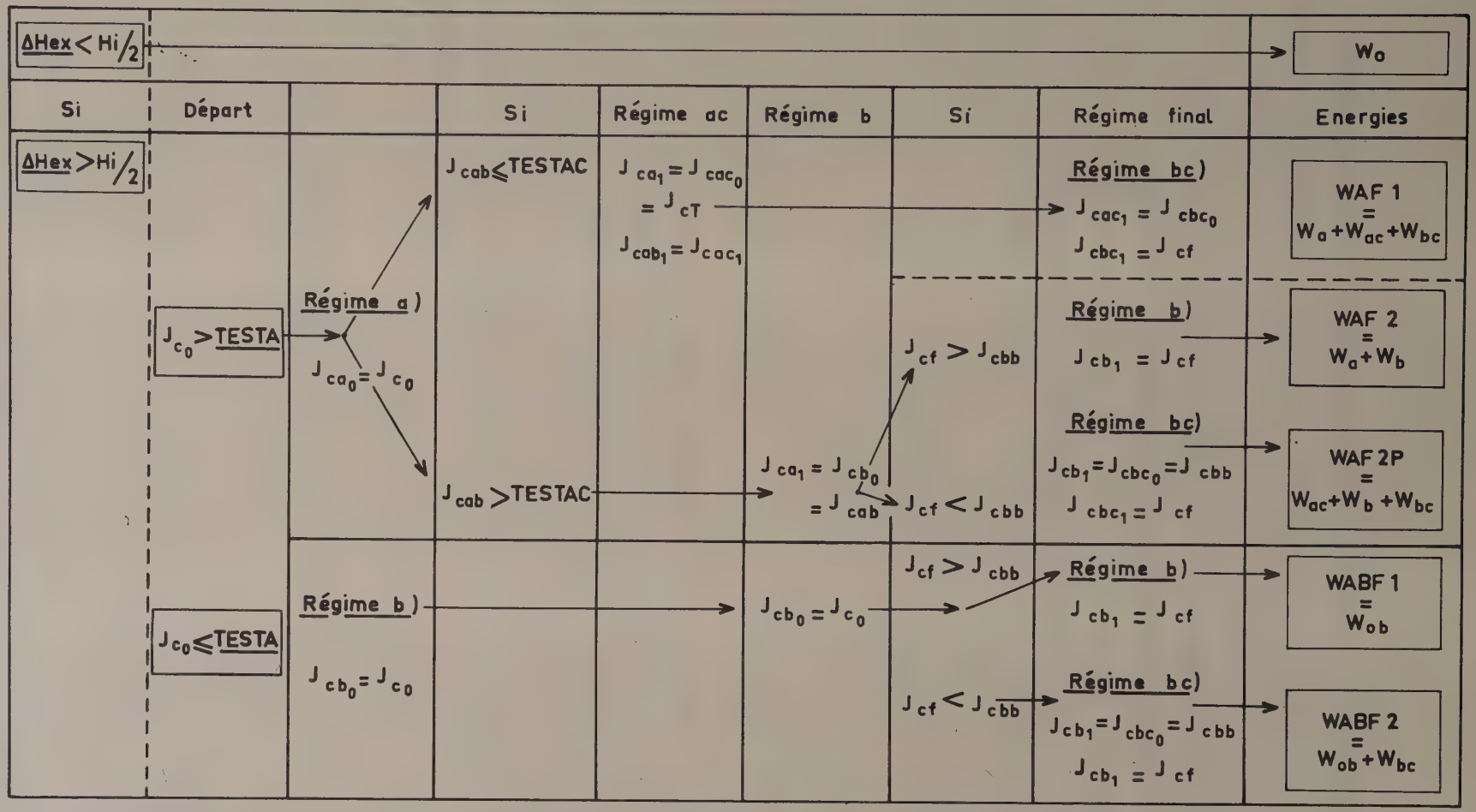
IV.4 - Courant transporté admissible

IV.4.1 - Ecriture analytique en variable réduite du système d'équations

Le courant de transport admissible dans la plaque en fonction des valeurs de champ ΔH_{ex} appliquées, est solution de l'identité:

énergies de pertes ≡ énergie thermique du supraconducteur

La complexité de l'expression analytique des pertes lors du saut de flux, impose une résolution numérique exprimée en $i_b = \dfrac{I_b}{I_c}$, pour tout ΔH_{ex}.



ou $TESTA = \dfrac{2\,\Delta Hex + Hi}{2a}$

$TESTAC = \left[\dfrac{(2\,\Delta Hex + Hi)}{2\,\Delta Hex + Hi}\right]^{4/3} J_{c_0} = J_{cT}$

et $J_{cbb} = \left[MB1 + MB1^2 - \dfrac{aHi}{J_{cbo}}\right]^2 \dfrac{J_{cbo}}{a^2}$

avec $MB1 = X_{3bo} - a/2 + Hi/2\,J_{cbo}$

En appelant T_o la température initiale, et T_f la température finale du supraconducteur pour laquelle en présence du champ et du courant l'état supraconducteur est détruit, on calculera l'expression de l'énergie thermique admissible,en considérant que la température critique T_{cB} est fonction du champ appliqué H_o totalement pénétré, ainsi que de ΔH_{ex}.

Nous avons déterminé expérimentalement la fonction $T_{cB}(H)$. C'est pratiquement une fonction linéaire si $\mu_o H_o$ est inférieur à 6 Teslas.

$$T_{cB} = 7,3 - 0,367\ \mu_o H_o$$

Si on admet que le champ appliqué est $\mu_o H_o = 1$ Tesla, la variation de T_{cB} avec ΔH_{ex} est

$$T_{cB} = 7,7 - 0,367\ \mu_o \Delta H_{ex} \qquad \text{(IV.54)}$$

Dans ces conditions la variation d'enthalpie s'écrit :

$$W_E = \frac{\beta}{4} \quad (1-i)^4 (T_{cB}-T_o)^4 + (1-i)^3\ 4\ T_o (T_{cB}-T_o)^3 + (1-i)^2\ 6\ T_o^2 (T_{cB}-T_o)^2$$

$$+ (1-i)\ 4\ T_o^3 (T_{cB}-T_o) \qquad \text{(IV.55)}$$

sachant que $T_{cB_i} = T_o + (1-i)\,[\,T_{cB} - T_o\,]$

La solution recherchée est la valeur i_b entraînant l'identité $RW \equiv 1$ où RW est le rapport de l'énergie dissipée à la variation d'enthalpie.

IV.4.2 - Résolution numérique

La résolution numérique de $RW \equiv 1$ a été effectuée sur une plaque d'épaisseur $2a = 195.10^{-6}$ m,et de $J_c = 5,2.10^9$ A/m^2 à $\mu_o H_o = 1$ Tesla

et à 4,2°K, qui représente un fil rond de diamètre 22.10^{-6} m sur lequel ont porté nos mesures.

Pour tout ΔH_{ex}, depuis $\Delta H_{ex} \equiv 0$, jusqu'à $\Delta H_{ex} = \Delta H_{ex\ max}$ fixé arbitrairement, la recherche de la valeur i_b entraînant $RW \equiv 1$ se fait en calculant RW pour des valeurs de i successives, échelonnées de 0 à 1, et séparées les unes des autres par un pas de 0,01.

Les conditions d'existence des régimes successifs apparaissent sous forme de tests dans l'organigramme qui traduit le tableau précédemment établi.

IV.4.3 - Résultats théoriques

Une fois fixée la valeur du champ ΔH_{ex} appliqué après refroidissement dans H_o à 4,2°K, on recherche le courant i_b auquel peut correspondre un saut de flux complet. A toute valeur de ΔH_{ex} correspond une distribution des courants que nous appelons diamagnétiques. Ainsi schématiquement la valeur du courant de transport admissible est alors fonction de ces courants diamagnétiques, donc de ΔH_{ex}.

Les solutions (i_b) extrêmes, correspondent aux deux cas particuliers suivants :

1 - $\Delta H_{ex} \equiv 0$

L'expression des énergies dissipées est alors identique à celle W_o, étudiée au chapitre précédent, dans le cas où le champ extérieur sur la face du matériau provoquant le saut de flux, est le champ propre H_i. La solution est alors i_{b_o} typiquement $\# 0,47$ pour le fil rond de $r = 110.10^{-6}$ m.

2 - $H_i \equiv 0$

L'expression des énergies dissipées dans ce cas, en absence de courant de transport, est uniquement fonction de la valeur du champ appliqué extérieur et de la densité critique J_c fixée par l'induction $\mu_o H_o$ qui a pénétrée lors du refroidissement. Alors puisque $H_i = 0$ par hypothèse, le courant transporté est nécessairement nul,donc : $i \equiv 0$. A cette valeur $i \equiv 0$ il correspond la valeur $\Delta H_{ex\,j}$ (par analogie avec le critère de Wipf) pour laquelle le saut de flux élève la température du matériau jusqu'à sa température critique T_{cB} (sans courant transporté).

Par continuité,les solutions recherchées ici seront comprises entre 0,47 et 0 . C'est ce que nous montrons théoriquement par la résolution numérique du rapport R_W.

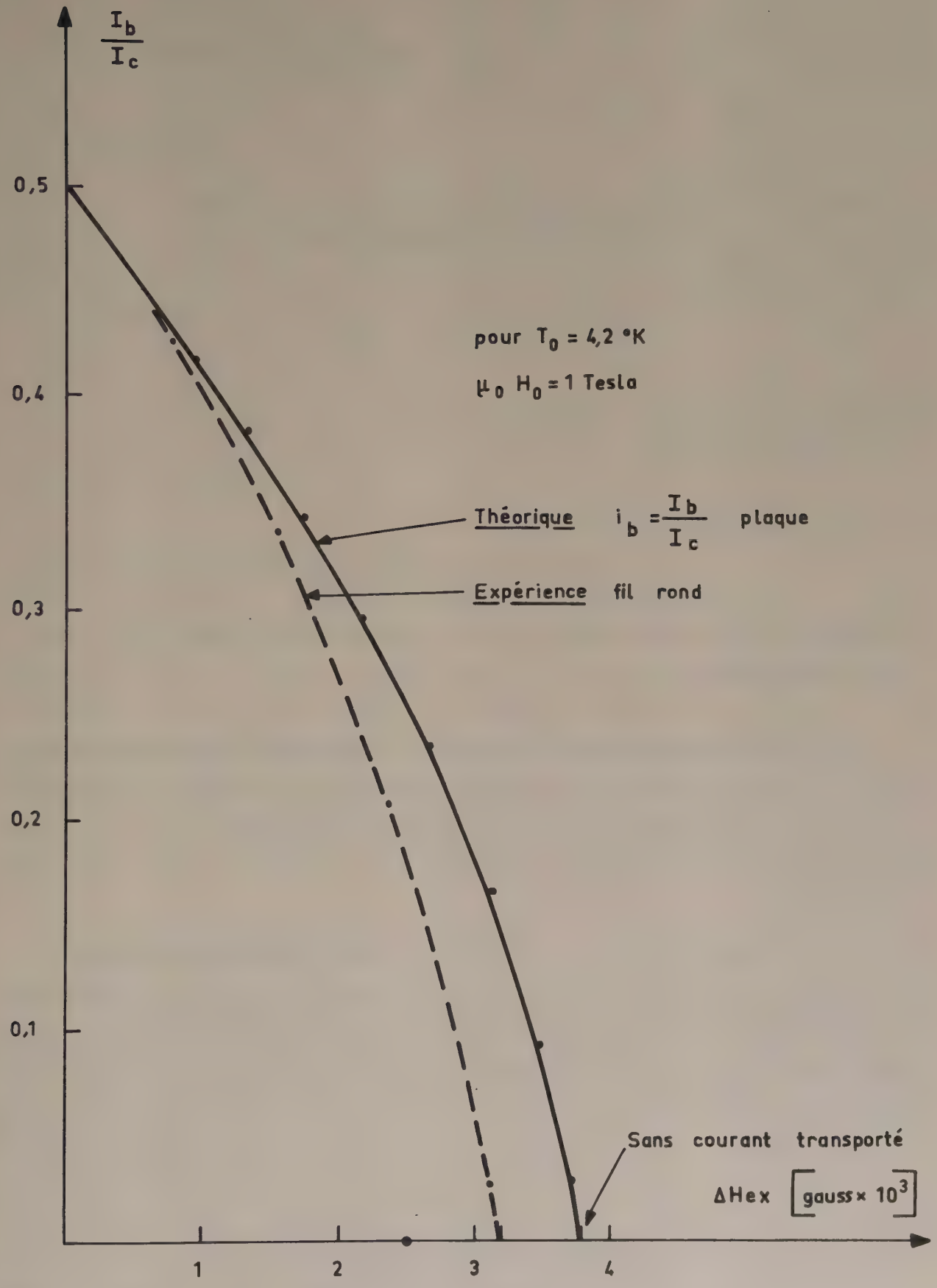
Les solutions $i_b = f[\Delta H_{ex}]$ sont reportées sur la courbe IV.1. On note l'identité entre les valeurs numériques de ΔH_{ex} , calculée dans le cas où l'échantillon ne transporte pas de courant, et le cas où ce courant tend vers 0 . Cette valeur de $\Delta H_{ex\,j}$ est 3 850 gauss.

Théoriquement il apparaît que la dégradation est amplifiée par la présence d'un champ ΔH_{ex} appliqué après le refroidissement du matériau à la température de fonctionnement choisie. Ainsi l'état magnétique initial du supraconducteur détermine les valeurs limites des courants transportés.

IV.4.4 - Application au phénomène d'accommodation [65] ou "training" [66]

La convergence vers 0 de la variable réduite $i = f[\Delta H_{ex}]$ est susceptible d'expliquer les dégradations importantes que nous avons observées sur échantillons courts transportant un courant, et placés dans un champ extérieur non rigoureusement stable.

En effet si après refroidissement dans H_o, au-dessous de T_c, le matériau est soumis à la pénétration partielle de l'induction résultant d'un léger accroissement ΔH au dessus de H_o non rigoureusement stable : cet accroissement a un effet analogue à ΔH_{ex}. Suivant les valeurs de ce $\Delta H_{ex} \equiv \Delta H$, la réponse du supraconducteur écrite en i, est du type de celles précédemment calculées. Dans ces conditions, la transition apparaîtra à des niveaux de courant assez bas, qui vont progressivement augmenter lors des transitions suivantes puisque à la suite des transitions, le matériau se trouvera pénétré par un champ égal à la somme $H_o + \Delta H_{ex}$ ce qui est favorable du point de vue du courant I_b de transition.


$\frac{I_b}{I_c}$
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
pour $T_0 = 4,2$ °K
$\mu_0 H_0 = 1$ Tesla
Théorique $i_b = \frac{I_b}{I_c}$ plaque
Expérience fil rond
Sans courant transporté
ΔHex [gauss × 10^3]
1
2
3
4

Courbe IV -1

V - ETUDES EXPERIMENTALES

V.1 - Mode opératoire

V.1.1 - But des mesures

Les calculs théoriques des pertes dissipées pour les différentes géométries, relient les instabilités magnétiques totales ou partielles, au courant transporté.

A partir de la mesure directe de ces courants transportés limites, nous vérifions la validité des expressions théoriques calculées. Leur application au développement de la technologie de la stabilisation, et du matériau supraconducteur, s'en déduit logiquement.

Le rapport $I_b/I_c = i$, paramètre caractéristique définissant la dégradation du matériau est mesuré dans un repère H , T et J_c , en fonction des variables physiques du matériau, telles que sa dimension, sa structure géométrique, ses constantes thermiques propres, et les conditions d'utilisation.

V.1.2 - Dispositif expérimental [67]

a) Principe

L'échantillon est monté sur un dispositif, Figure V.1 et clichés V.1-2-3-4-5, reportés fin du chapitre, constitué par une cellule à température variable contenant du gaz hélium, de façon à ce que le courant qui le traverse soit perpendiculaire au champ de polarisation appliqué.

L'échantillon est en bon contact thermique avec le bloc de chauffage, et la mesure de la température effectuée sur celui-ci, représente la température de l'échantillon.

b) Bloc de chauffage à température variable

Le bloc de chauffage est un parallélépipède de cuivre de petite dimension, non en contact thermique avec l'hélium liquide, extérieur à l'enceinte. Dans ce bloc de cuivre est inséré une résistance au carbone Allen-Bradley. Par variation de l'intensité passant dans cette résistance, on peut faire croître (ou décroître) la température de l'ensemble du bloc de cuivre. Le fil supraconducteur encastré dans ce bloc, suivra la variation de température de l'ensemble. Figure V.2.

c) Thermométrie

Le thermomètre est constitué d'une autre résistance Allen-Bradley (100 Ω à l'ambiante). Cette résistance est positionnée dans le bloc de cuivre très près du supraconducteur, et collée avec du vernis GE. 7031 bon conducteur thermique et isolant électrique. Ce vernis assure aussi la fixité de l'échantillon dans une gorge du bloc, Figure V.3.

La mesure de température se fait en suivant la variation de résistance de Allen-Bradley, variation qui est fonction de la température [68]

selon la loi :

$$\text{Log } R + \frac{K}{\text{Log } R} = A + \frac{B}{T}$$

Les constantes K, A et B sont déterminées expérimentalement.

L'étalonnage du thermomètre ainsi constitué en température et en présence de champ magnétique a été effectué [67]. La valeur de la résistance indiquant la température,est mesurée par un montage 4 fils : 2 fils d'amenées du courant,et 2 autres fils distincts, qui sont les prises de tension.

d) Positionnement du fil

L'échantillon à tester, lorsqu'il est dit non stabilisé, est obtenu par décuivrage local sur 2 cm du matériau.

Ce point ainsi affaibli est placé au point de champ maximum appliqué. Un gradient de température existant éventuellement dans la cellule ne gêne pas l'expérience,puisqu'à l'endroit où cette non uniformité dans la température existerait, le supraconducteur est protégé par la masse du stabilisant non décapé. Figure V.3.

Par ce dispositif on s'assure que la transition s'effectue bien à l'endroit où la température est mesurée. Cette transition est détectée par 2 fils de tension soudés sur la partie décapée de l'échantillon. Par construction,il existe un shunt électrique en parallèle sur le supraconducteur évitant la destruction du fil lorsqu'il passe à l'état normal. Les descentes de courant ne sont pas,en effet, isolées par rapport à l'acier inoxydable de l'enceinte de température. Au moment de la transition à l'état normal, une partie du courant pourra passer dans l'armature de l'enceinte. Ce dispositif permet le passage sans échauffement parasite d'un courant de 800 A.

V.1.3 - Méthode de mesure

a) Les appareils de mesures

La lecture de la tension recueillie aux bornes de l'échantillon supraconducteur est effectuée à 0,5 μV près sur galvanomètre. La mesure de la température affichée, se fait par lecture d'une tension sur un voltmètre à forte impédance d'entrée. Le schéma de l'ensemble de mesure est résumé Figure V.4.

b) Les mesures

La méthode de mesure est classique : à chaque valeur de champ et de température affichées, on détermine l'intensité maximum du courant susceptible de passer dans le supraconducteur et cela pour deux types de matériaux :

1 - Supraconducteurs non recouverts d'un métal normal

2 - Supraconducteurs recouverts d'un métal normal.

En ce qui concerne les matériaux non recouverts de stabilisant, l'étude de la dégradation i, en fonction du couplage appelé χ ($\chi = \frac{\Delta H}{H_i}$) est réalisée en alimentant en série les échantillons de sections différentes et la bobine excitatrice dans l'entrefer de laquelle ils sont placés, si bien que le courant transporté fait croître simultanément le champ propre de l'échantillon et le champ de polarisation de la bobine, qui s'ajoute localement au champ propre, Figure V.5.

Par adjonction d'un rhéostat variable aux bornes de l'échantillon, on peut limiter à une fraction déterminée du courant passant dans la bobine excitatrice, le courant qui traverse l'échantillon.

Le rapport de couplage $\chi = \frac{\Delta H}{H_i}$ est ainsi modifié et peut varier de 0 à des valeurs supérieures à 12.

V.2 - Définition expérimentale des paramètres supraconducteurs

V.2.1 - Les paramètres définis

Le supraconducteur est essentiellement déterminé par la variation de sa densité critique J_c en fonction de la température T, et du champ magnétique H .

Pour établir cette loi, on a effectué les mesures du courant de blocage sur 3 échantillons de Nb 40 °/₀ Ti de fabrication C.F.T.H. [69] dans les conditions suivantes :

- Echantillon A : Non stabilisé et refroidi au dessous de T_c en absence de champ magnétique, appliqué par la suite.

- Echantillon B : Identique, mais refroidi au-dessous de T_c dans un champ H_o .

- Echantillon C : Surstabilisé, non sujet à la dégradation.

V.2.2 - Les densités critiques

- Echantillon A

En fonction de la température du milieu réfrigérant et pour chaque valeur de champ, la mesure des intensités de courant maximales admissibles fait apparaître un phénomène d'accommodation ou "training" très marqué dans certaines zones de température et de champ (T et H faibles). Ce phénomène d'accommodation se traduit par des blocages successifs, dont les valeurs de courant s'accroissent pour les mêmes conditions de température et de champ magnétique. Courbe V.1.a, Courbe V.1.b et Courbe V.1.c.

- Echantillon B

Dans les conditions initiales de magnétisation ici bien précisées, le courant de transition apparaît, sans dispersion, de façon reproductible, à une valeur fixée : le phénomène d'accommodation n'existant pas. On note encore que la dégradation est pratiquement identique dans ce cas, à celle observée après "training" dans le cas précédent. Courbe V.2.

- Echantillon C

L'échantillon est surstabilisé. La loi des courants critiques $I_c = f[T]$ pour chaque valeur de H_o est une droite, sauf au voisinage immédiat de T_c (Courbe V.2). C'est en se référant à cette dernière courbe du courant critique en fonction de la température , qu'est effectuée la mesure des dégradations I_b/I_c mises en évidence sur les échantillons précédents.

D'autre part I_c, étant le courant détecté au moment de la transition sur le matériau surstabilisé, la densité critique J_c est définie comme le rapport de ce courant I_c et de section du supraconducteur.

Globalement, nous tirerons des mesures, les lois:

$$J_c = f(T) \quad , \quad J_c = f(H) \quad , \quad \text{et} \quad T_c = f(H) \, .$$

que nous avions déjà adoptées dans les calculs théoriques.

1 - La densité critique en fonction du champ à température fixée est :

$$J_c[T] = \frac{\alpha_c[T]}{\mu_o H_o + B_o^*(T)} \qquad \text{(Loi de Kim)}$$

Les fonctions $\alpha_c = f(T)$ et $B_o^* = f(T)$ sont traduites par les courbes V.3.a et V.3.b. Ces courbes indiquent que la loi $\alpha_c = f(T)$ est pratiquement linéaire.

2 - La densité critique en fonction de la température à champ donné est donc :

$$J_c [T] = J_c [T_o] [1 - \frac{T - T_o}{T_c - T_o}]$$

3 - La fonction $T_o = f(H)$ est pratiquement linéaire dans la gamme de champ étudié et son expression approchée est : Courbe V.3.c

$$T_c = E_1 - \mu_o D_1 H \qquad \text{avec} \quad E_1 = 7,7 \text{ [°K]}$$

$$\text{et} \quad D_1 = - 0,367 \text{ [°K/tesla]}$$

L'ensemble de ces trois expressions définit la surface critique du matériau Nb 40 °/₀ Ti étudié.

V.3.A - Dégradation sur mono fil non stabilisé refroidi au préalable dans H_o puis soumis à la variation de ΔH et H_i couplés au courant transporté I

V.3.1.A - Mesures et résultats

La comparaison des mesures effectuées sur les 3 échantillons A - B - C, met en évidence l'effet des instabilités, et de l'accommodation, sur les performances.

Nous suivons expérimentalement l'évolution de la dégradation en en fonction de la variation des paramètres $\chi = \frac{\Delta H}{H_i}$, température T, dimension a, et champ magnétique totalement pénétré H_o, paramètres analysés dans la théorie.

La loi expérimentale $J_c = f [H]$ obtenue pour toute une série de fils unitaires (dimensions portées sur les courbes) et placés dans l'hélium

liquide, est tracée Courbe V.4. A partir de ces courbes $J_c = f[H]$ adoptées comme référence, les mesures de I_b/I_c sont faites en fonction de :

- la taille a et le couplage χ - Courbes V.5.a et V.5.b
- le champ et la température - Courbe V.5.c

Sans analyser les résultats à ce niveau, suivons l'évolution de la dégradation lorsqu'elle existe,en fonction des paramètres physiques H_o, ΔH ou ΔH_{ex}, qui sont respectivement le champ appliqué avant refroidissement du matériau à la température de fonctionnement choisie, le champ appliqué (après refroidissement) proportionnel au courant transporté, le champ magnétique appliqué après refroidissement et avant introduction du courant dans l'échantillon.

V.3.B - Dégradation sur monofil non stabilisé,refroidi au préalable dans H_o, soumis d'abord à la variation du champ ΔH_{ex}, puis à la variation du courant I

V.3.1.B - Conception expérimentale

La vérification expérimentale du processus de dégradation en présence de courants diamagnétiques est faite sur un fil de rayon 110 μ non recouvert de stabilisant.

Par adjonction autour de la cellule à température variable d'un petit bobinage en cuivre alimenté séparément (Figure V.5.b), on créé localement sur le fil et perpendiculaire à lui, une composante ΔH_{ex} de champ parallèle et de même sens que la composante du champ H_o dans lequel l'échantillon a été au préalable refroidi au dessous de $T_c(H_o)$. Il est nécessaire d'annuler l'histoire magnétique antérieure de l'échantillon avant chaque mesure : pour cela la température de l'échantillon est élevée au dessus de T_c, dans le champ polarisant H_o, puis la température voulue T_o

dans l'enceinte est fixée. L'induction dans le matériau est alors uniforme et égale à $\mu_o H_o$. On applique ensuite le champ ΔH_{ex} désiré,en alimentant le petit bobinage auxiliaire,puis le courant I est injecté dans l'échantillon ainsi magnétisé.

V.3.2.B - Mesures et résultats

Aux deux extrémités d'un diamètre dans le plan horizontal du fil supraconducteur, le champ magnétique est la somme des composantes représentées sur la Figure V.6 ci-dessous.

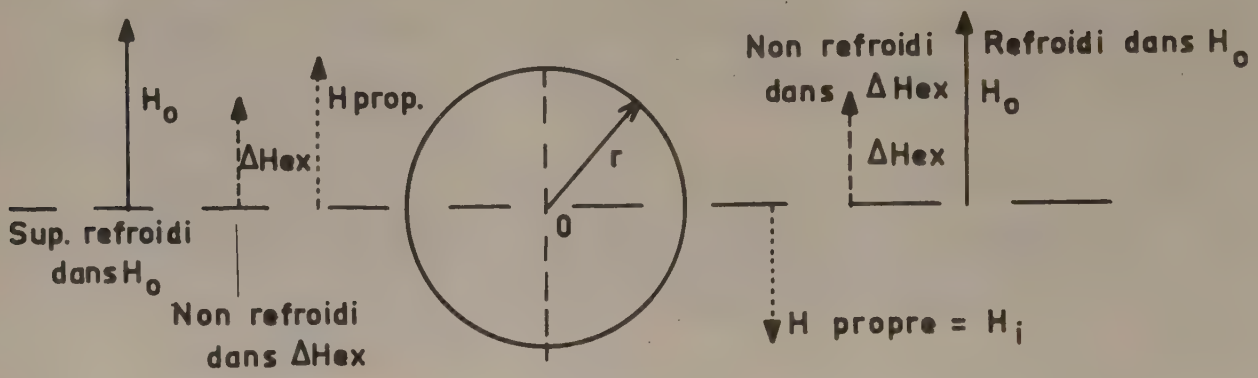


Fig. V - 6

Nous mesurons $I_b = f[H_o , \Delta H_{ex}]$, pour $\mu_o H_o$ fixé à 1 tesla, et pour T_o qui varie de 4,2°K à 7°K. Résultats reportés Courbe V.6. a et b.

V.4 - Dégradation sur monofil recouvert d'un métal normal refroidi au préalable dans H_o et passant un courant I avec ($\Delta H_{ex} = 0$ et $\Delta H = 0$)

V.4.1 - Effet d'accroissement de chaleur spécifique

Le recouvrement du monofilament de NbTi de diamètre 220 μ est effectué de deux façons :

Dans le cas du cuivre les épaisseurs désirées peuvent être obtenues par trempage dans l'acide NO_3H jusqu'à l'obtention de l'épaisseur désirée, ce qui a été fait pour les torons

En ce qui concerne le plomb, l'or, l'indium et aussi le cuivre, dépôt électrolytique avec traitement thermique à 300°C sous vide pour assurer le dégazage du contact thermique supraconducteur-métal normal [70]. Soit alors :

Fig. V - 7 a

a) Filament 220 μ + 80 μ de | Pb / Au

Fig. V - 7 b

b) Filament 220 μ + 50 μ de | Pb / Au

Résultats expérimentaux: $I_b = f[H, T]$ - Courbe (80 μ) V. 7
- Courbe (50 μ) V. 8

V.4.2 - Effet de k conductibilité élevée

a) Filament 220 μ + 80 μ de | Cu / In

Fig. V - 8 a

b) Filament 220 μ + 50 μ de | Cu / In

Fig. V - 8 b

Résultats expérimentaux: $I_b = f[H, T]$ - Courbe V. 9 (80 μ Cu)
- Courbe V.10 (8 μ In)
- Courbe V.11 (50 μ Cu)
- Courbe V.12 (50 μ In)

V.4.3 - Effet de recouvrement mixte

a) Filament 220 μ + 50 μ cu. + 50 μ in.

Fig. V - 9

Résultats expérimentaux : $I_b = f[H, T]$ - Courbe V.13

V.4.4 - Effets de groupage

V.4.4.A - Filament intrinsèquement stable

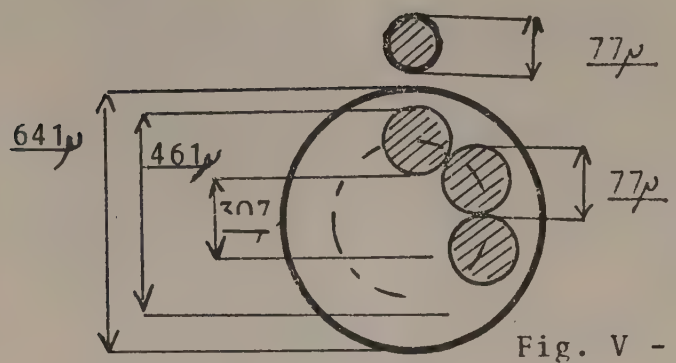
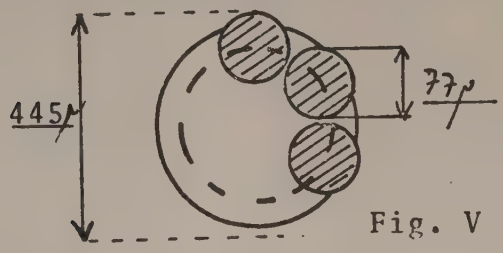


Fig. V - 10 a

a) Filament de section 77 μ

b) 10 filaments de 77 μ disposés en couronne dans le cuivre.

Fig. V - 10 b

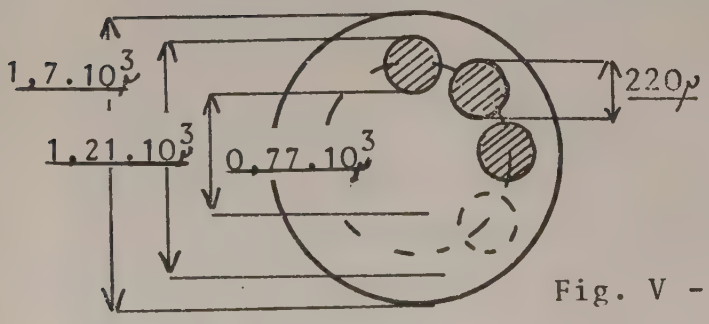


c) 10 filaments de 77 μ disposés en couronne, matrice superficielle de Cu enlevée par NO_3H.

Fig. V - 10 c

Résultats : I_b global = f [H, T] - Courbe V.14

V.4.4.B - Filament non intrinsèquement stable



a) 10 filaments de 220 μ disposés en couronne dans une matrice de cuivre

Fig. V - 11

Résultats : $I_b = f[H]$ - Courbe V.15 pour $T_o = 4,2°K$

Ce type de conducteur est équivalent du point de vue des pertes calculées en champ variable [71] à un conducteur unitaire de même I_c de dimension $R' = \frac{3}{2}\bar{R} + \frac{R^2}{2\bar{R}}$ avec $J'_c = N\left(\frac{R}{R'}\right)^2 J_c$ $\left[\bar{R} = \frac{R_1 + R_2}{2}\right]$

En ce qui concerne la dégradation, on peut adopter un conducteur monobrin équivalent, de même J_c de rayon R tel que :

$$R^2 = \frac{R_2 - R_1}{(R_2 - R_1)\,2\,R_2^2\,\tau^{1/2}}$$

(τ coefficient de remplissage)

Le supraconducteur est affecté d'une chaleur spécifique fictive

$$C_f = \frac{\text{capacité calorifique du conducteur}}{\pi R^2}$$

V.4.5 - Effet de torsadage

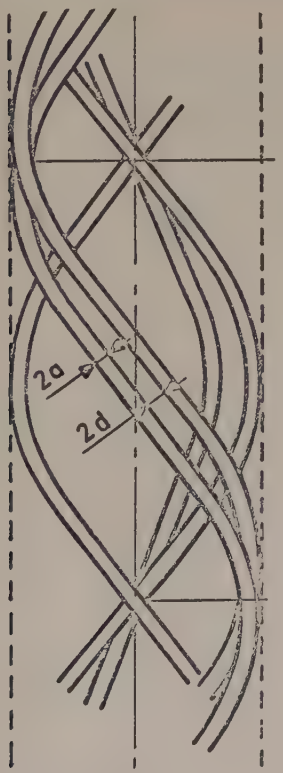


Fig. V - 12

Pour diminuer les pertes calculées en champs variables qui apparaissent dans le matériau normal liant les multi-filaments, une technique particulière de torsadage, Figure V.12, abaisse le niveau des courants induits dans le composite [72 - 73 - 74].

Nous étudions la stabilité de trois échantillons de ce type par l'intermédiaire du rapport $\frac{I_b}{I_c}$.

Nous faisons varier la température T_o, le champ magnétique appliqué H_o, ainsi que l'épaisseur superficielle de cuivre.

Les caractéristiques des composites sont les suivantes :

- Type (Nb 40 °/₀ Ti) 1 000/44 :

Pas de twist = 2.10^{-3} m

Pas de twist = 5.10^{-3} m

Diamètre total = 440 μ

Diamètre zone filamentaire = 382 μ (1 000 filaments de diamètre unitaire 28 μ)

Rapport cuivre/supraconducteur = 1

Taux d'occupation dans la zone filamentaire $\tau = 0,68$

- Type (Nb 40 °/₀ Ti) 61/33 :

Pas de twist = 2.10^{-3} m

Diamètre total = 330 μ

Diamètre zone filamentaire = 290 μ (61 filaments de diamètre unitaire 9 μ)

Rapport cuivre/supraconducteur = 1,28

Taux d'occupation de la zone filamentaire $\tau = 0,57$

On mesure le rapport $\frac{I_b}{I_c}$ en fonction de la température T_o et du champ H_o sur les échantillons munis, tout d'abord de leur:

a) Couronne de cuivre (Figure V.13.a)

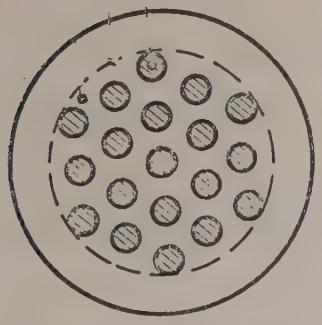


Fig. V - 13 a

Résultats : $I_b = f[T]$ sous $\mu_o H_o = 1$ tesla

- Courbes V.16.a (1 000/44)
  V.16.b (61/33)

b) Sans couronne de cuivre (Figure V.13.b)

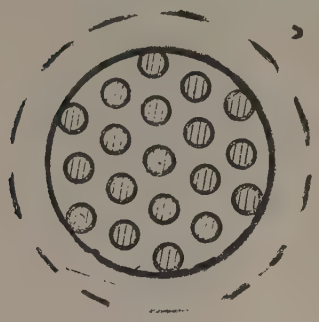


Fig. V - 13 b

Résultat: $I_b = f(T)$ sous $\mu_o H_o = 1$ tesla

- Courbes V.16.a (1 000/44)
  V.16.b (61/33)

c) Dépouillé de tout le cuivre (Figure V.13.c)

Fig. V - 13 c

Résultats : $I_b = f(T)$ sous $\mu_o H_o = 1$ tesla

- Courbes V.16.a et V.16.b

Dans cette dernière expérience,les fils unitaires mis à nus sont certainement susceptibles de se déplacer, puisqu'ils ne sont plus maintenus par la matrice de cuivre. Ces déplacements (donc frottements),peuvent alors expliquer la forte dégradation,qui est encore aggravée par l'absence de stabilisant.

V.4.6 - Effet de déplacement

Une dégradation identique à celle mesurée dans l'hélium.gaz,lorsque l'échantillon est au préalable refroidi dans le champ appliqué, apparaît lorsque le même échantillon est placé dans l'hélium liquide sans être fixé, donc soumis à des déplacements générateurs de frottements [75]. C'est donc le même effet que celui mesuré sur une tresse constituée par plusieurs brins, contenant eux-mêmes plusieurs monofils intrinsèquement stables. On retiendra donc que la friction due au déplacement entraîne une dégradation.

V.5 - Dégradation et "training" sur solénoïdes

V.5.1 - Les matériaux testés en bobinages

a) Matériau supraconducteur non stabilisé NbTi (Supercon)

C'est un câble constitué de 7 brins, de diamètre 250 μ, torsadés, indiés, de diamètre total 1 mm, recouvert d'un placage de cuivre d'épaisseur 1 μ sur chaque brin. Figure V.14. (Isolement mylar du câble épaisseur 0,7 mm).

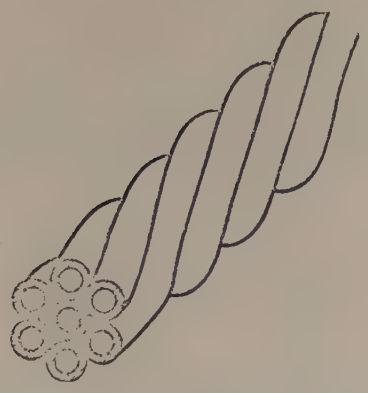


Fig. V - 14

La caractéristique $I_c = f[H]$ d'échantillon court, est tracée sur les courbes V.17.

b) Matériau supraconducteur stabilisé NbTi (C F T H)

C'est un toron de 10 fils unitaires de diamètre 220 μ positionnés en couronne dans une âme de cuivre de diamètre total 1,7 mm. (Figure V.15).

Le rapport en volume cuivre/supraconducteur est 4 : matériau stabilisé.

Pas de dépôts d'indium et isolement vernis 20 μ.

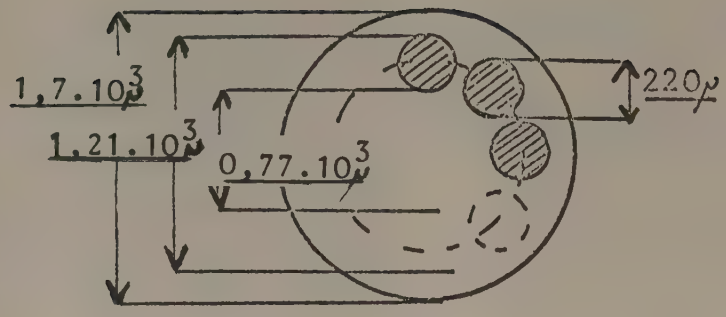


Fig. V - 15

La caractéristique $I_c = f(H)$ du conducteur est tracée sur la courbe V.18. et courbe V.19.

V.5.2 - Les bobinages testés

Leurs caractéristiques géométriques et physiques sont les suivantes :

Bobinages non stabilisés	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7
Ø Int. (cm)	6	4	4	4	1,6	1,6	1,6
Ø Ext. (cm)	6,4	4,62	4,84	5,23	3,21	3,7	4,37
Longueur (cm)	14,5	14,5	10	7	10	7	4
Nombre de couches	2	3	4	6	8	10	14
Nombre de spires	248	376	342	360	689	585	479
Self mesurée (mH)	1,25	1,5	1,72	2,51	2	2,20	2,7
Cte magnétique au centre (T/A)	19.10^{-4}	3.10^{-4}	38.10^{-4}	54.10^{-4}	$82,5.10^{-4}$	98.10^{-4}	120.10^{-4}
Cte magnétique sur fil (T/A)	19.10^{-4}	30.10^{-4}	38.10^{-4}	57.10^{-4}	$82,5.10^{-4}$	98.10^{-4}	123.10^{-4}

Bobinages stabilisés	B_{11}	B_{12}	B_{13}	B_{14}	B_{15}
∅ intérieur (cm)	1,8	6	4	4	1,6
∅ extérieur (cm)	2,3	7,6	6,8	7,8	7,2
Hauteur bobine (cm)	4	14,5	10	7	7
Nombre de couches	2	5	9	12	18
Nombre de spires	43	407	509	454	680
Coefficient de self (H)	$0,014.10^{-3}$	4.10^{-3}	$4,5.10^{-3}$	$5,6.10^{-3}$	8.10^{-3}
Cte magnétique au centre (T/A)	12.10^{-4}	$31,9.10^{-4}$	$56,2.10^{-4}$	$62,4.10^{-4}$	$102,6.10^{-4}$
Cte magnétique sur fil (T/A)	$12,3.10^{-4}$	$32,4.10^{-4}$	$57,2.10^{-4}$	$65,7.10^{-4}$	$103,6.10^{-4}$
$\chi = \frac{\Delta H}{H_i}$	1,7	4,47	7,88	9,06	14,28

V.5.3 - Les mesures

L'affichage d'une tension constante aux bornes de la bobine testée, entraîne une croissance linéaire du courant I en fonction du temps, dans l'enroulement.

On choisit de faibles valeurs dI/dt . En effet, la puissance dissipée dans le matériau est proportionnelle à dI/dt, et l'on doit s'assurer que son niveau est suffisamment faible pour qu'elle soit évacuée par l'hélium qui baigne le bobinage, sans élévation notable de la température de l'enroulement.

Dans ces conditions, on détecte les tensions parasites aux bornes de l'enroulement, ainsi que l'accroissement de la tension qui révèle la transition de la bobine [76].

Les courants de transition sont reportés dans un repère (H , I) sur les droites de charge ainsi :

1 - Bobinages dit non stabilisés

- Courbe V.20.a. «sans champ excitateur»
- Courbe V.20.b. «avec champ excitateur»

2 - Bobinages dit stabilisés

- Courbe V.21.a. «sans champ excitateur»
- Courbe V.21.b. «comparaison I_b échantillon I_b bobine»

On note un phénomène d'accommodation très net, ordonné en champ, qui s'inverse lorsqu'il y a au préalable magnétisation de la bobine par un champ excitateur.

Le même phénomène d'accommodation ordonné en champ se retrouve dans le cas de bobinages stabilisés. Il est caractérisé par des décrochements de courant, indiquant qu'il y a initiation de transition puis récupération de l'état supraconducteur du fait des échanges thermiques avec le cuivre (Planche V.1, fin du Chapitre où est indiquée l'allure de ces décrochements).

L'ensemble de ces résultats fait ressortir l'influence du niveau de champ appliqué et de l'état magnétique initial, sur le comportement de la bobine.

V.6 - Remarques sur ces mesures

V.6.1 - Déplacements des spires et refroidissement

Les mesures des courants transportés par le fil de rayon 110 μ (sans cuivre) dans l'hélium liquide et soumis à des déplacements, indiquent une dégradation identique à celle mesurée dans l'hélium gaz.

S'il est ainsi prouvé que la dégradation peut être provoquée dans l'échantillon non fixé, par les frottements [75] il en est de même pour les bobinages dont les spires frottent les unes contre les autres. Le positionnement progressif de la spire au sein du bobinage provoque des transitions successives à des valeurs de courant de plus en plus élevées, jusqu'à ce que l'ensemble de toutes les spires ne puisse se déplacer sous l'action des forces de Laplace.

Si l'imprégnation totale dans le cas des bobinages, améliore sensiblement les performances [77], il faut toutefois remarquer que les bobines non imprégnées, convenablement refroidies [78], (canaux de circulation d'hélium) ont un excellent comportement si l'on prend soin, lors du bobinage, d'imprimer au câble une forte tension mécanique (15 à 18 kg/m^2), et de bien tasser les spires d'une même couche, les unes contre les autres.

L'effet de refroidissement [46] peut être remarqué, en comparant les résultats relevés sur le fil de rayon 110 μ non stabilisé :

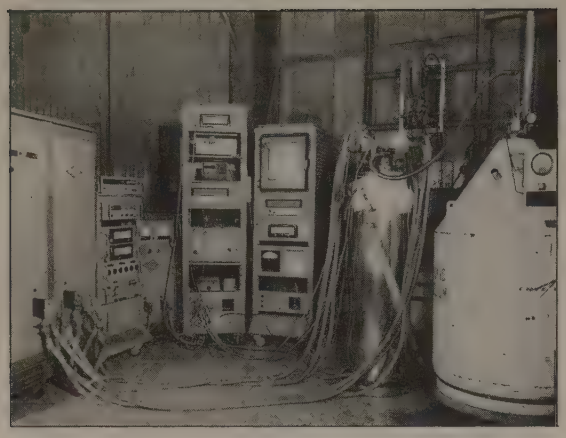
- d'une part à 4,2°K dans l'hélium gaz
- d'autre part à 4,2°K dans l'hélium liquide — Courbe V.22

V.6.2 - Courant de récupération

Un test global de stabilité est effectué par la mesure du courant dit de récupération totale [79 - 80].

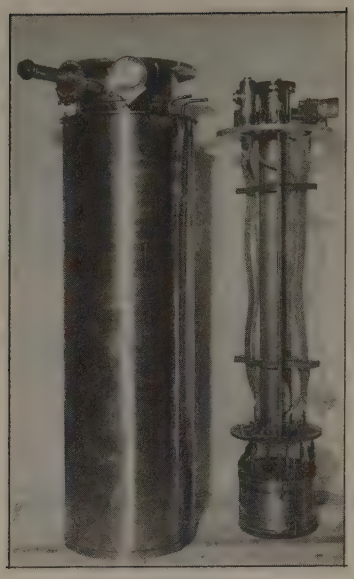
En supposant que pour une valeur de courant de transport donnée, (température et champ fixes) sous l'action temporaire d'une perturbation thermique provoquée, l'état résistif apparaît, le courant est dit de récupération totale, si l'excitation ayant cessé, l'état non résistif se rétablit.

Ainsi, les Courbes V.17 et V.18 qui indiquent en fonction de H, pour deux types de matériau, les courants de récupération, montrent que ces courants sont très inférieurs aux courants de blocage mesurés sous l'influence des instabilités magnétiques non provoquées. Par contre, en bobinages, ils déterminent exactement la frontière entre le fonctionnement parfaitement stable et le fonctionnement dégradé avec "training".



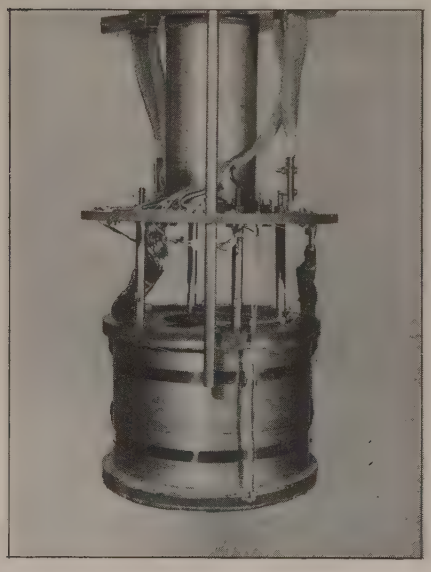
Cliché 1

Ensemble de mesures:
Cryostat - Alimentation en courant - Chaine de mesure



Cliché 2

Cryostat contenant l'enroulement supraconducteur pouvant supporter l'anti-cryostat cliché 4

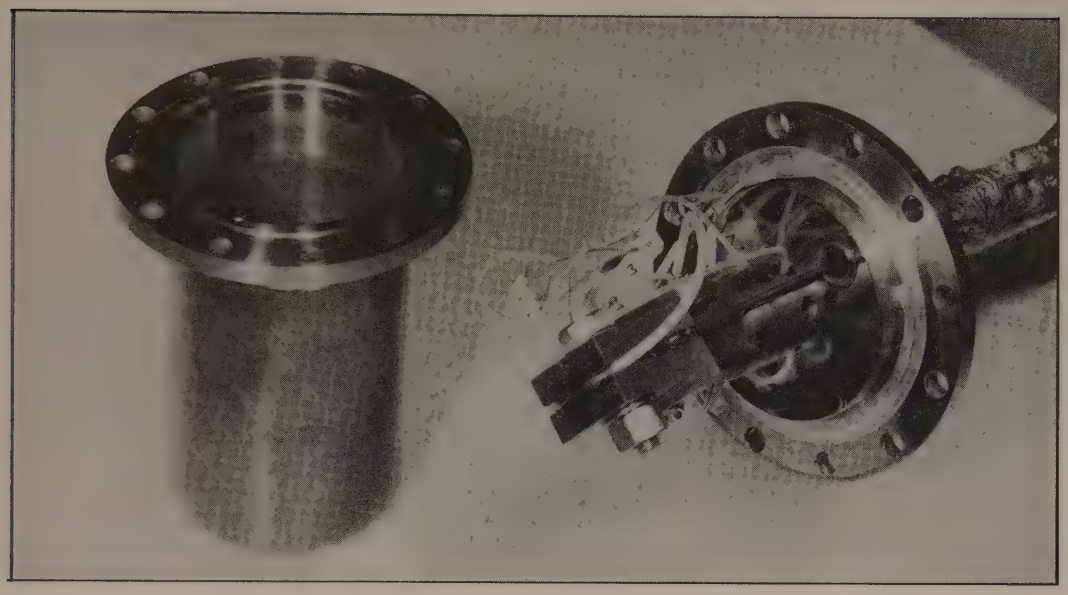


Cliché 3

Enroulement supraconducteur donnant 70 000 gauss dans 10 cm

Cliché 4

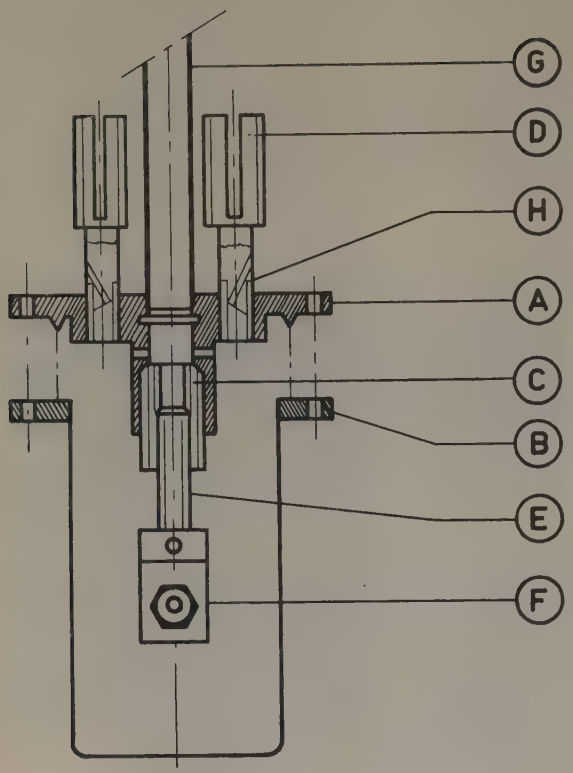
Anti-cryostat supportant l'enceinte à température variable, dans laquelle est placé l'échantillon supraconducteur.



Cliché 5

Enceinte à température variable (dans laquelle on peut faire le vide, ou injecter de l'hélium gaz)

Détail du porte-échantillon.



A = Support enceinte

B = Enceinte thermique

C = Support bloc thermique

D = Support descentes de courant

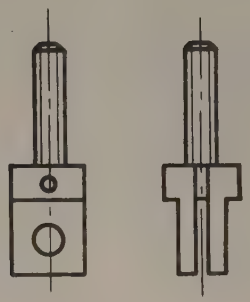
E = Tige isolante époxy

F = Bloc thermique Cu

G = Tube à vide

H = Raccord échantillon

Fig . V _ 1



Détail : E

Fig . V _ 2

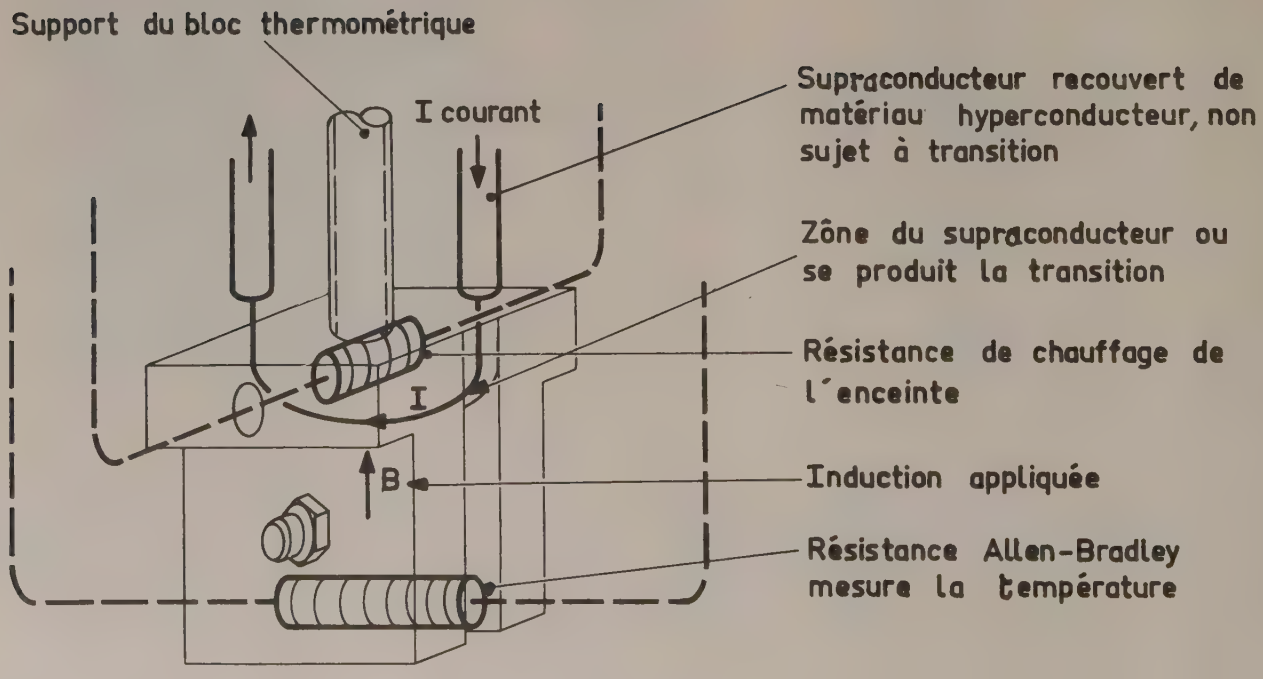


Fig . V _ 3

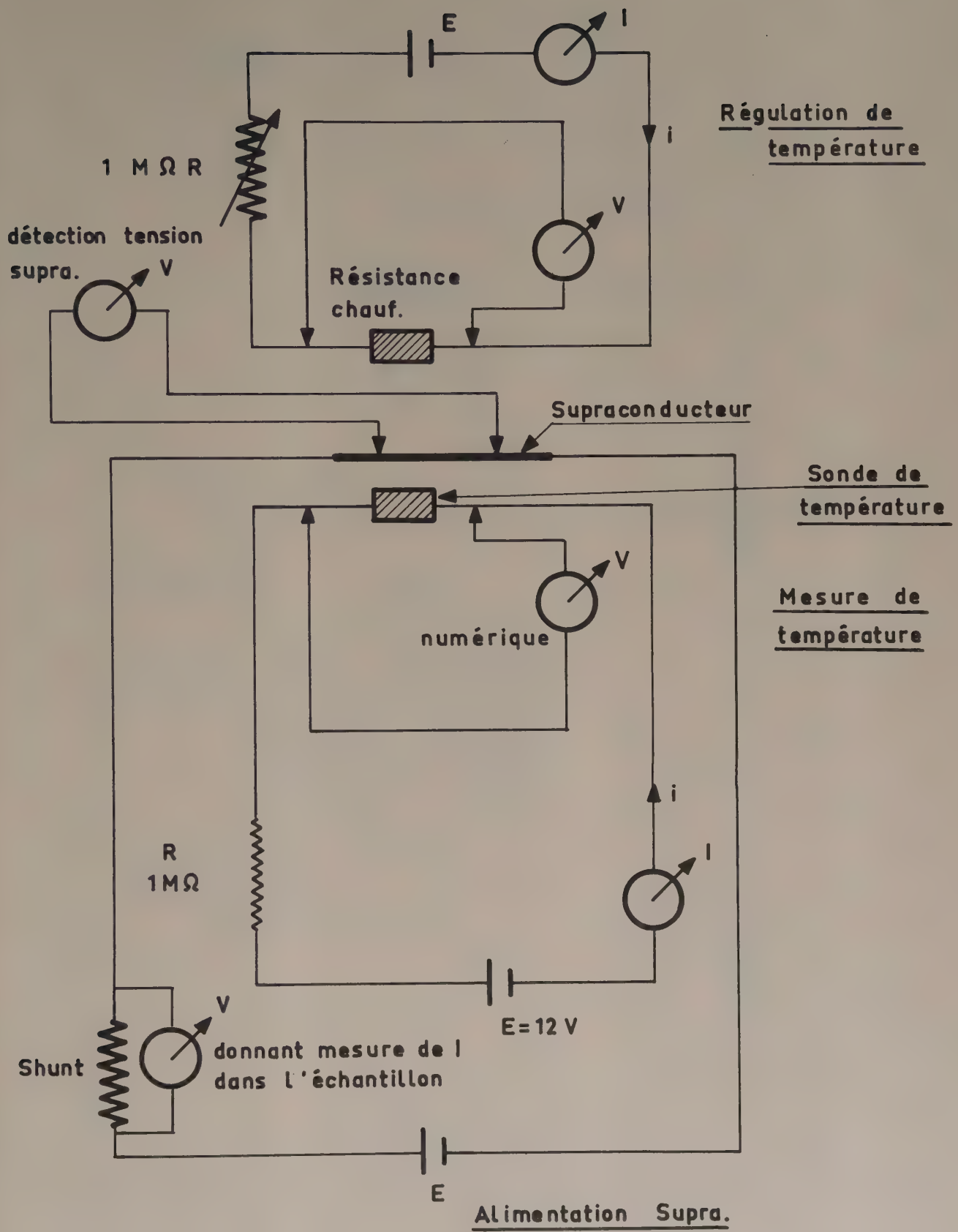

E
I
i
Régulation de température
1 MΩ R
V
détection tension supra.
V
Résistance chauf.
Supraconducteur
Sonde de température
V
numérique
Mesure de température
i
R 1MΩ
I
V
E=12 V
Shunt
donnant mesure de I dans l'échantillon
E
Alimentation Supra.

Fig. V-4

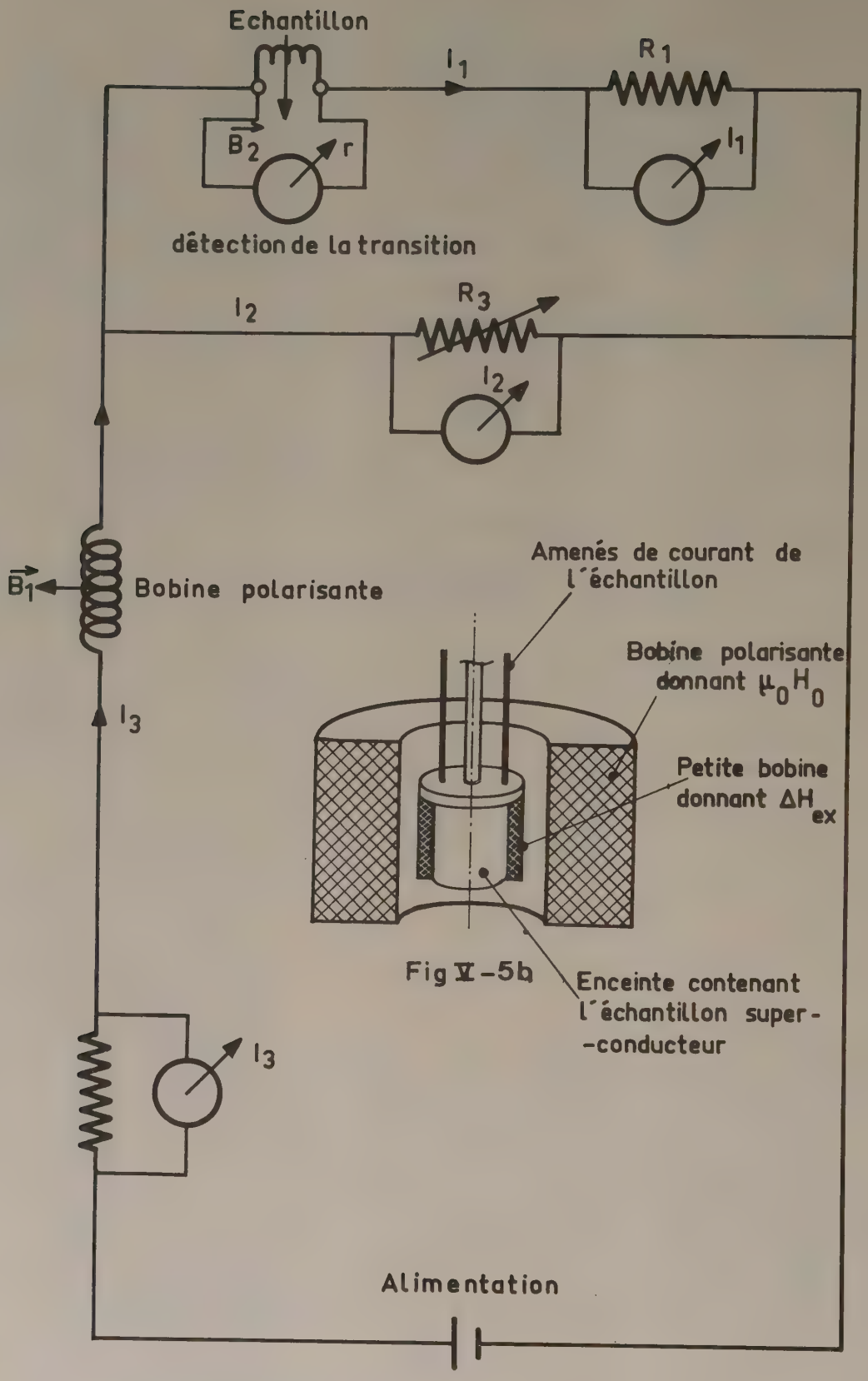
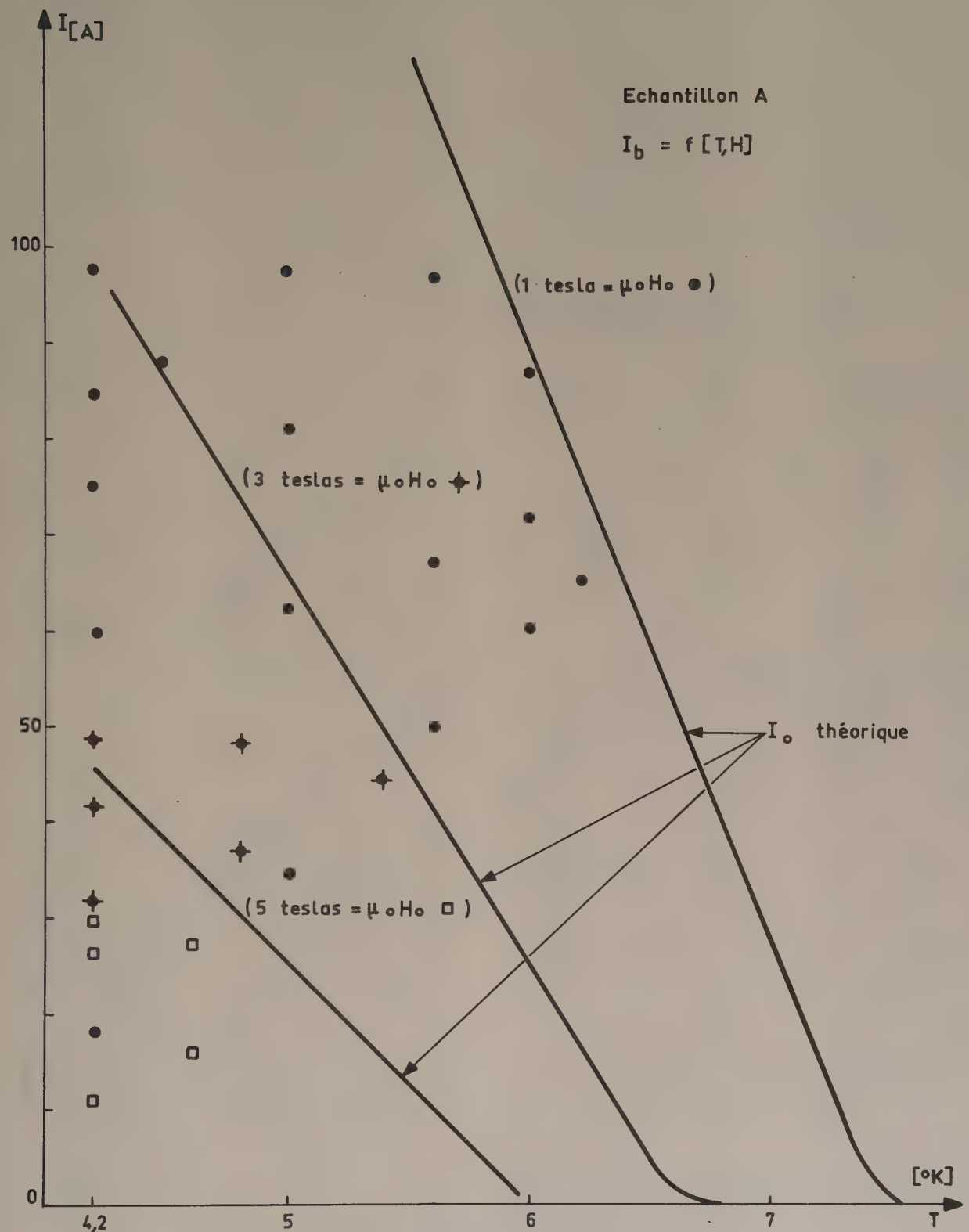
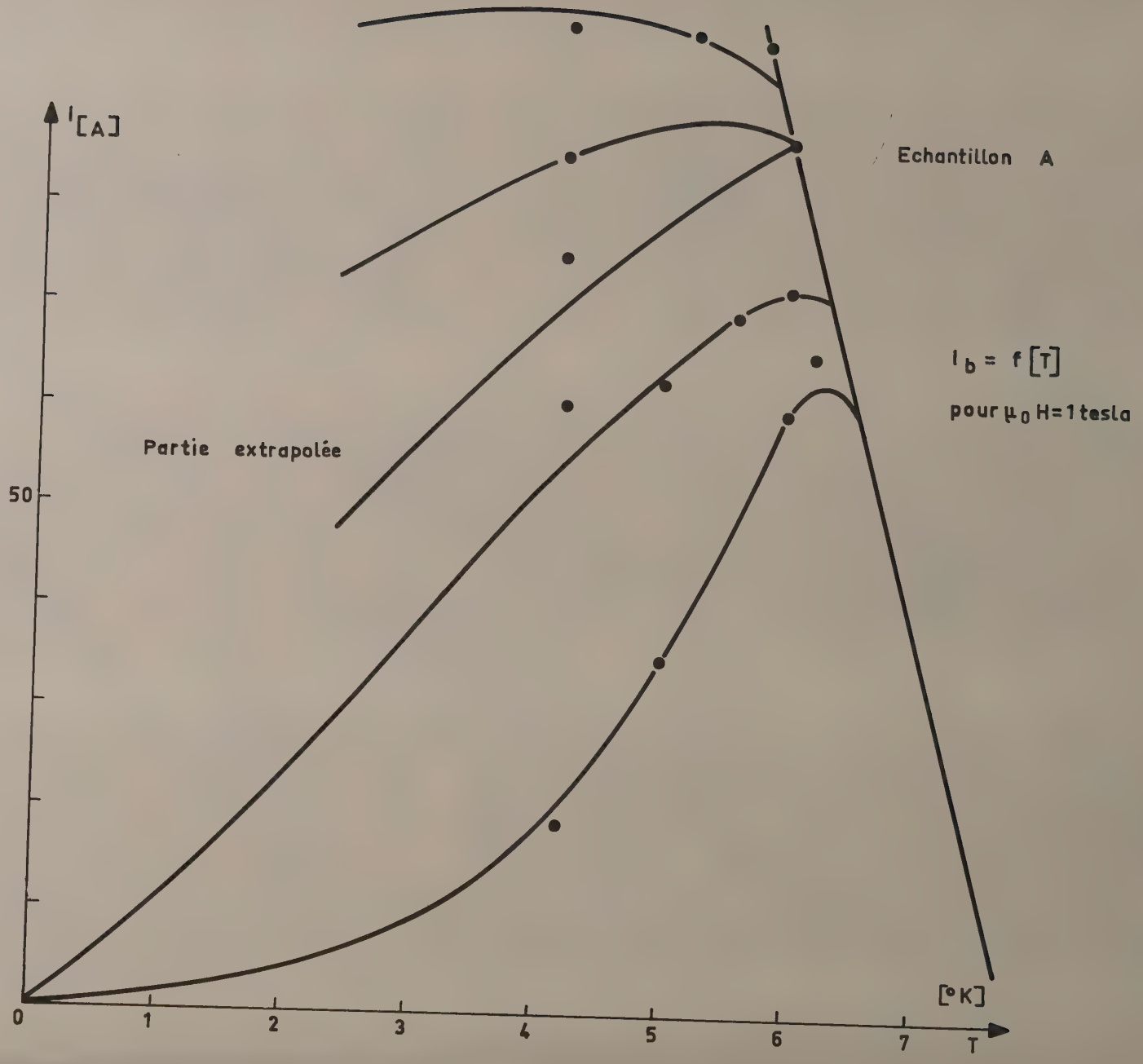


Fig V-5b

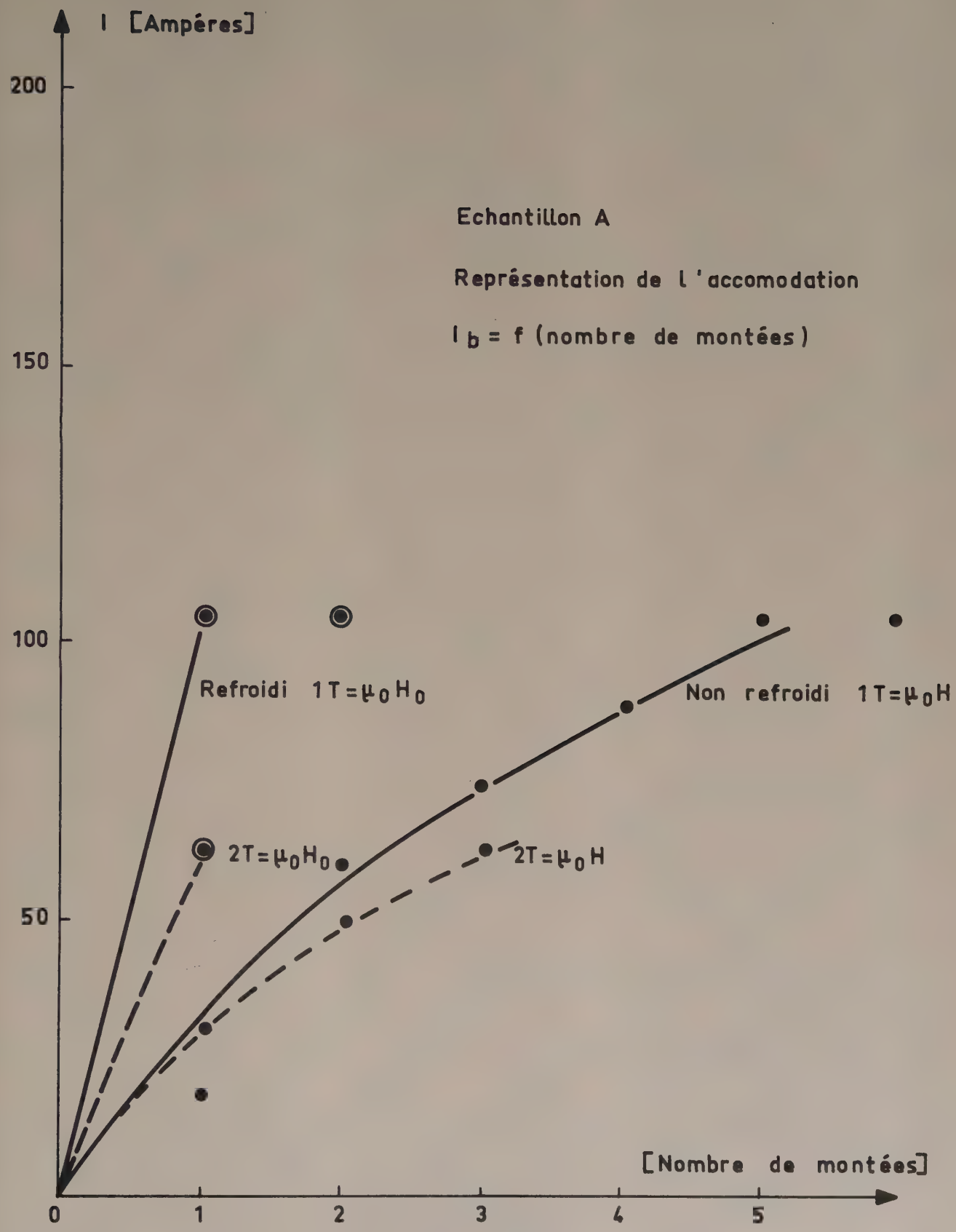
Fig V-5a


I[A]
Echantillon A
$I_b = f[T,H]$
100
50
0
(1 tesla = $\mu_o H_o$ ●)
(3 teslas = $\mu_o H_o$ ✦)
(5 teslas = $\mu_o H_o$ □)
I_o théorique
[°K]
4,2
5
6
7
T

Courbe V - 1a

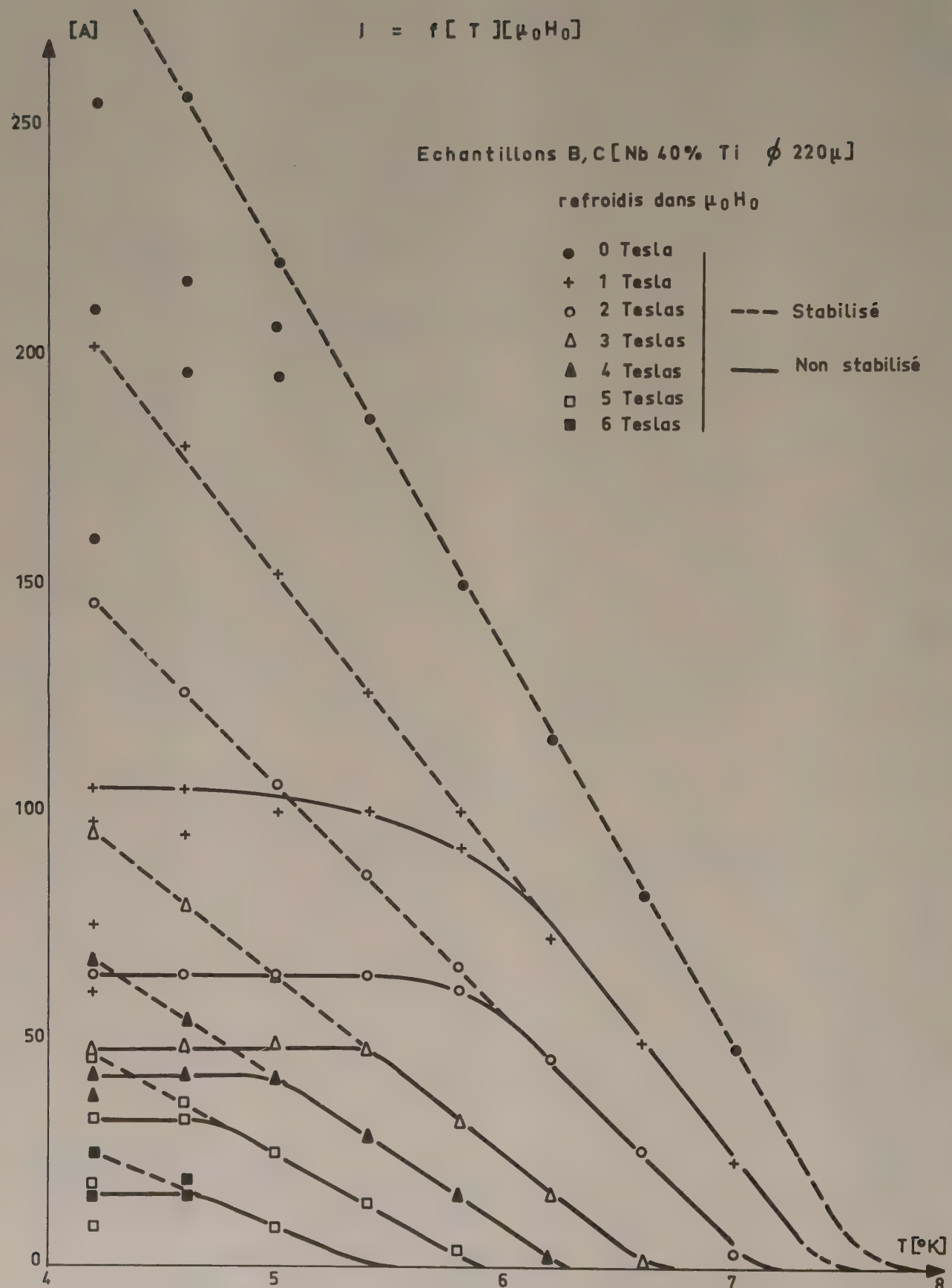

I [A]
50
Partie extrapolée
Echantillon A
$I_b = f[T]$
pour $\mu_0 H = 1$ tesla
0
1
2
3
4
5
6
7
T
[°K]

Courbe II-1b

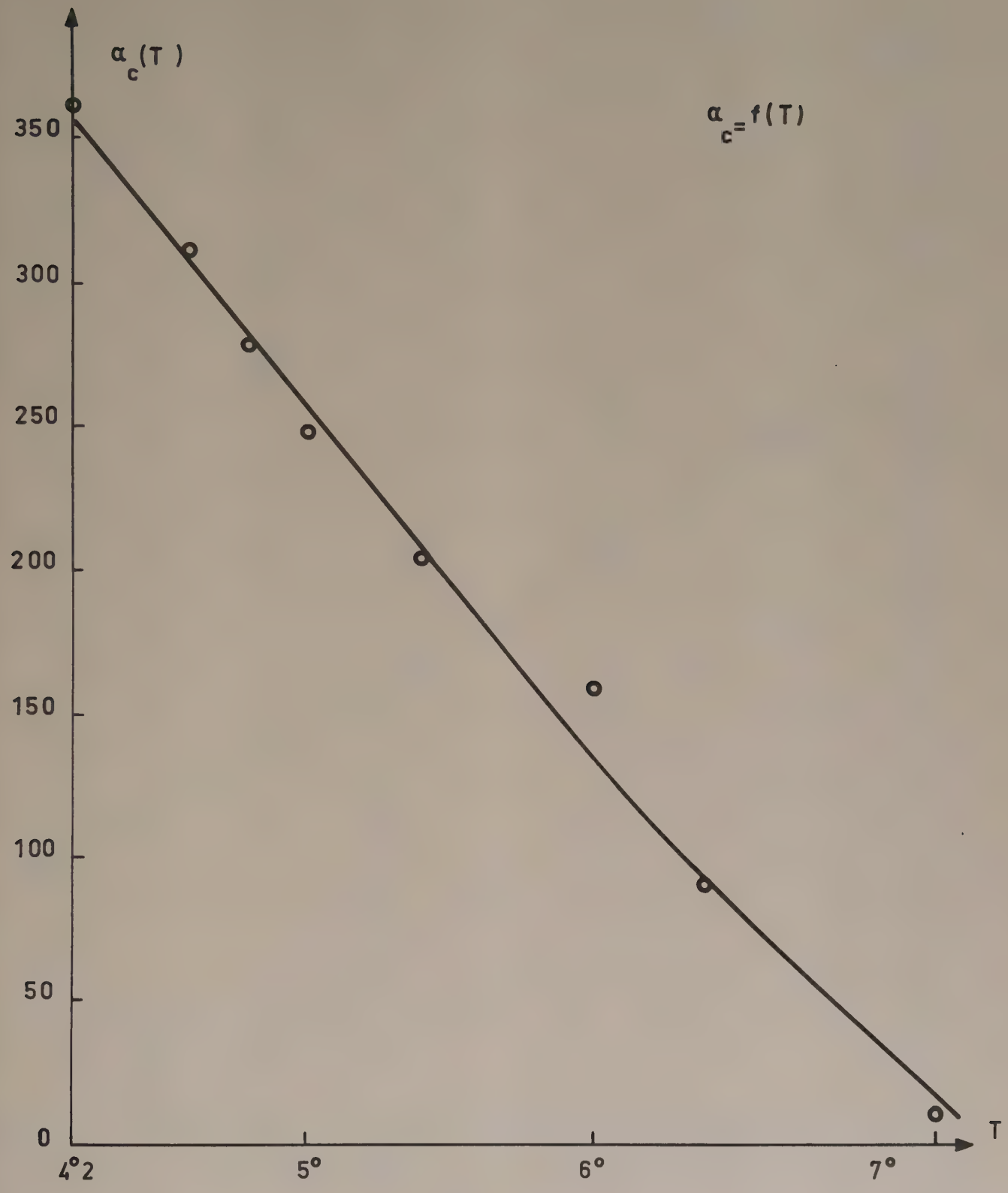


Autre facon de représenter le training

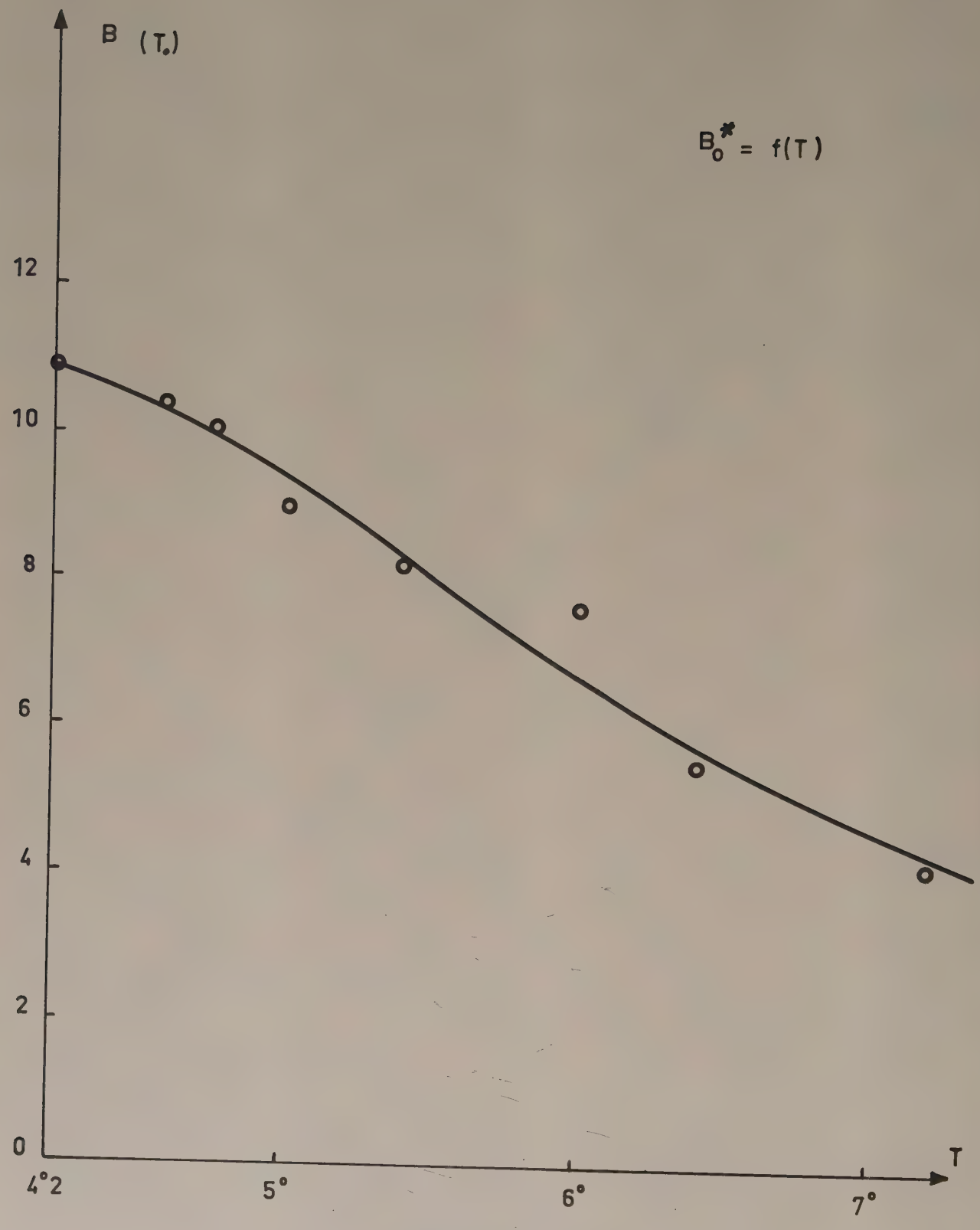
Courbe V - 1c


[A]
I = f[T][μ0H0]
250
200
150
100
50
0
Echantillons B, C [Nb 40% Ti ϕ 220μ]
refroidis dans μ0H0
0 Tesla
1 Tesla
2 Teslas
3 Teslas
4 Teslas
5 Teslas
6 Teslas
Stabilisé
Non stabilisé
T[°K]
4
5
6
7
8

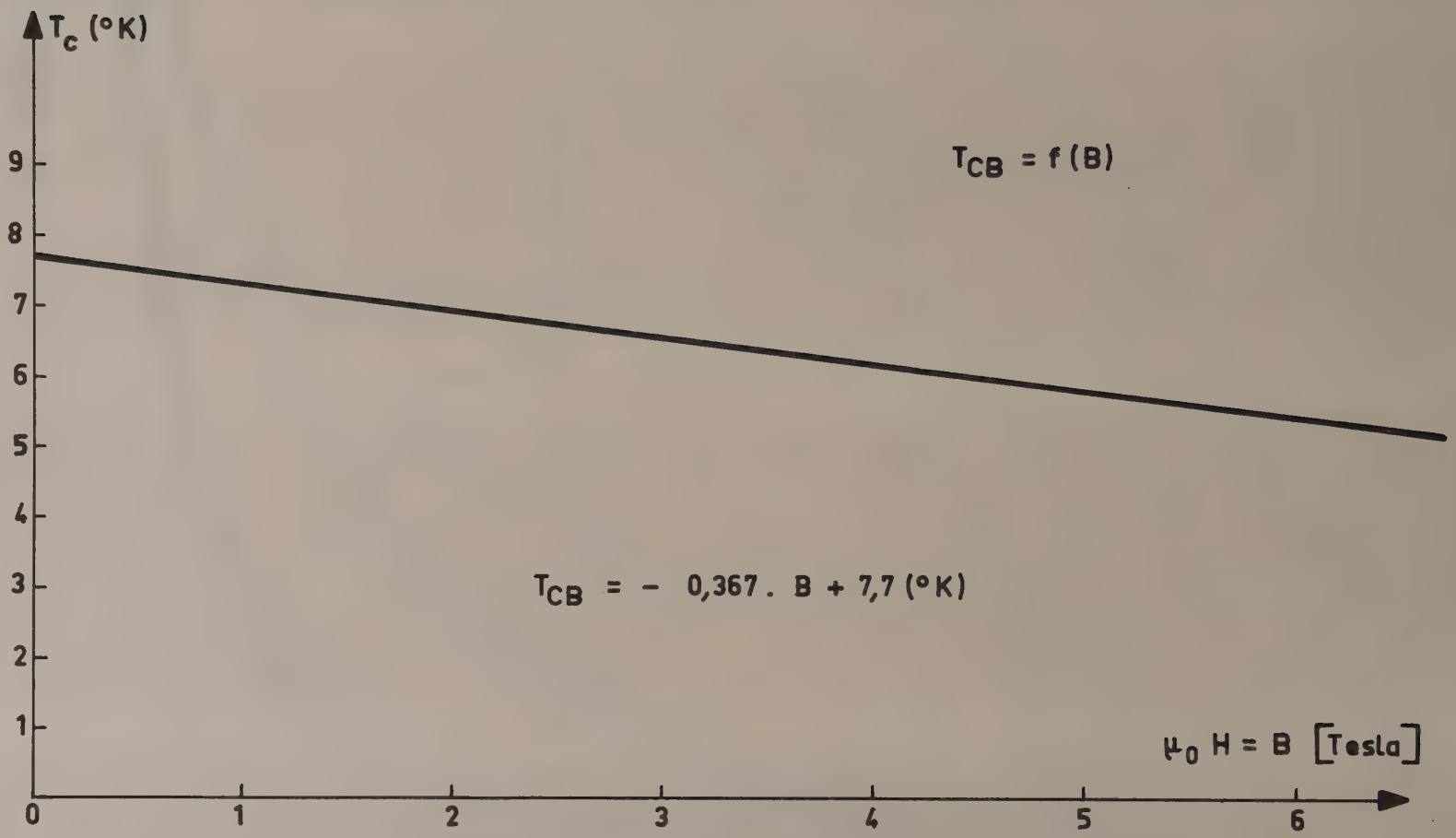
Courbe V - 2



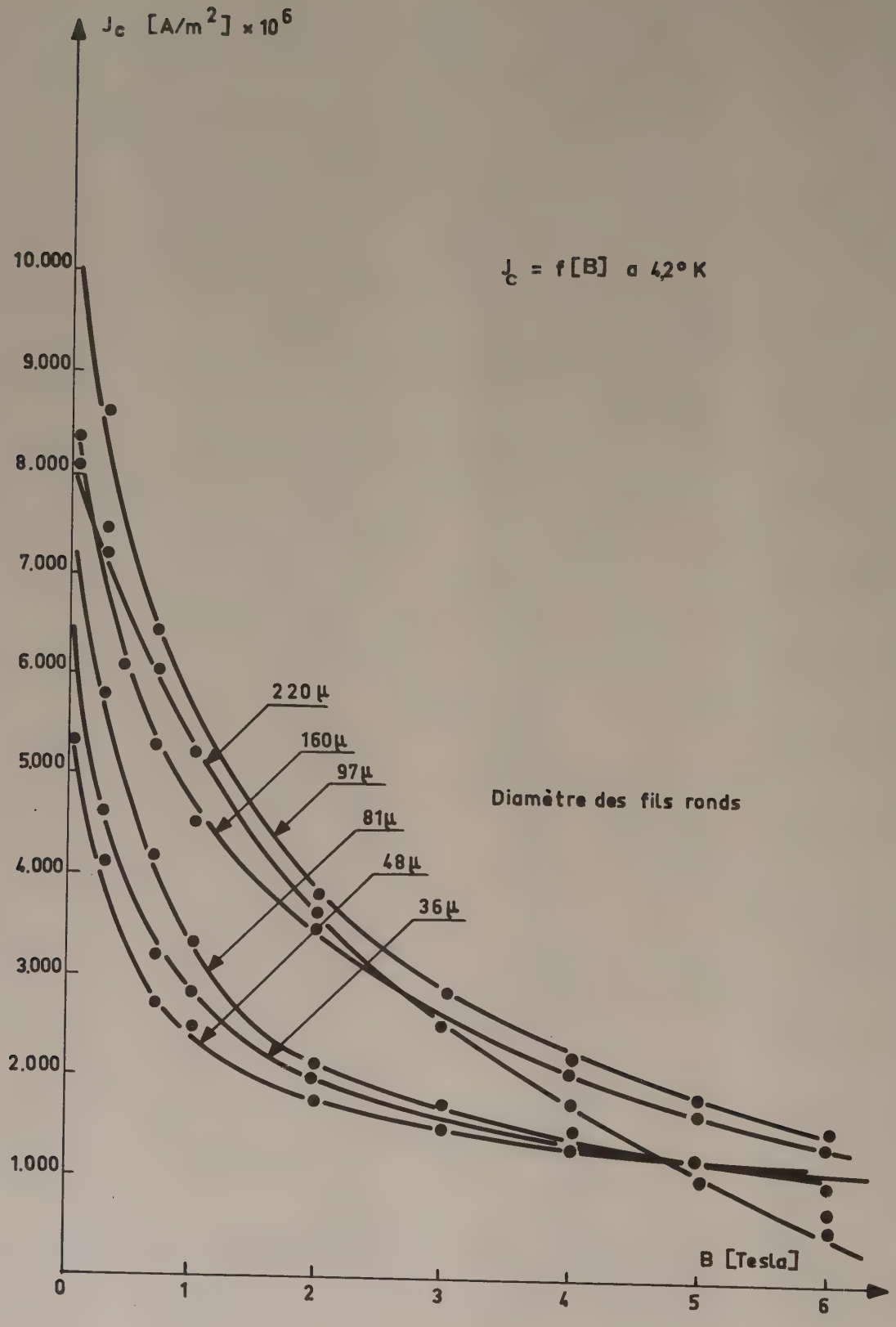
Courbe V-3a



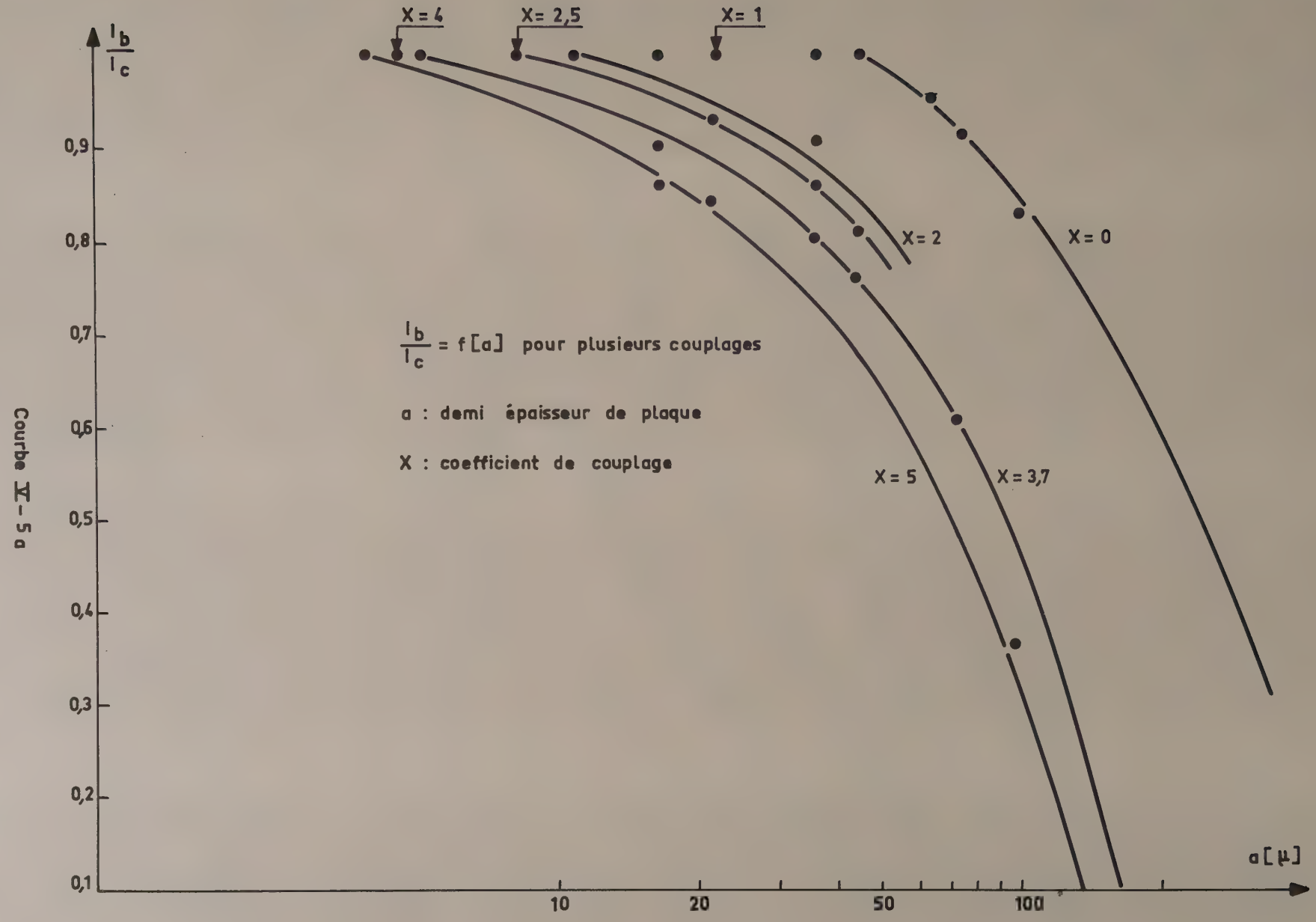
Courbe V - 3b

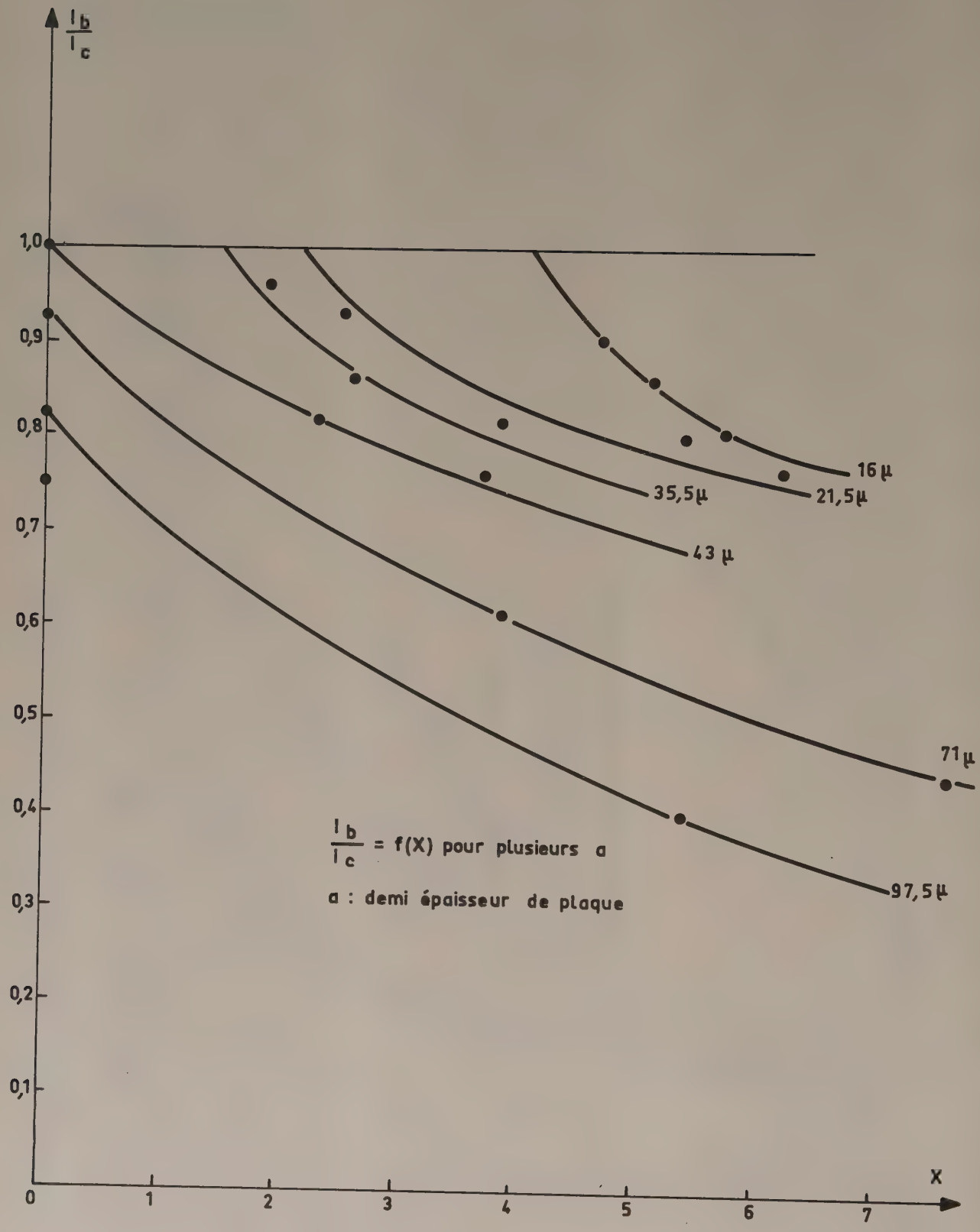


Courbe V-3c

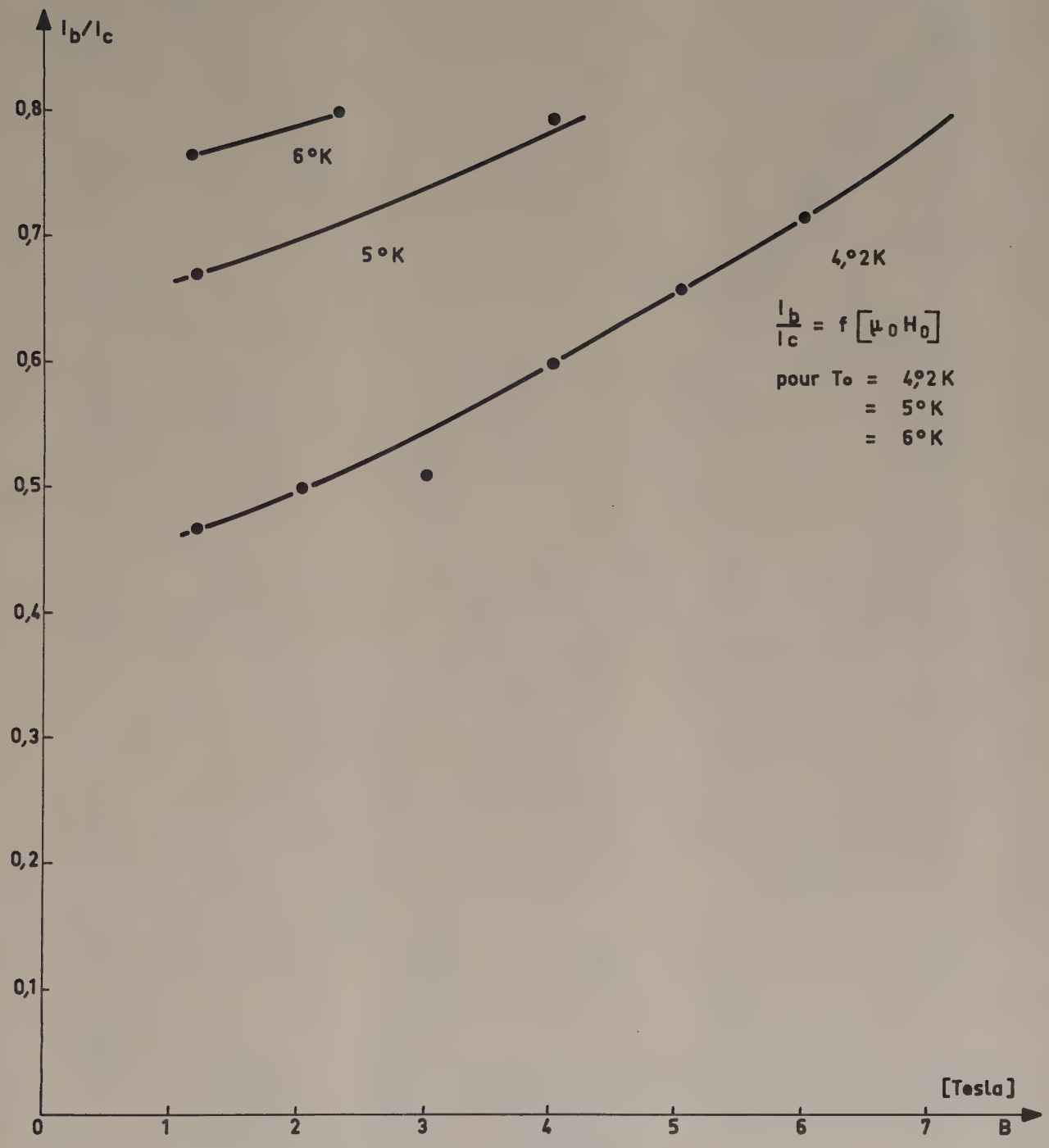

J_c [A/m^2] × 10^6
J_c = f[B] a 4,2° K
10.000
9.000
8.000
7.000
6.000
5.000
4.000
3.000
2.000
1.000
220 µ
160µ
97µ
81µ
48µ
36µ
Diamètre des fils ronds
B [Tesla]
0
1
2
3
4
5
6

Courbe V - 4

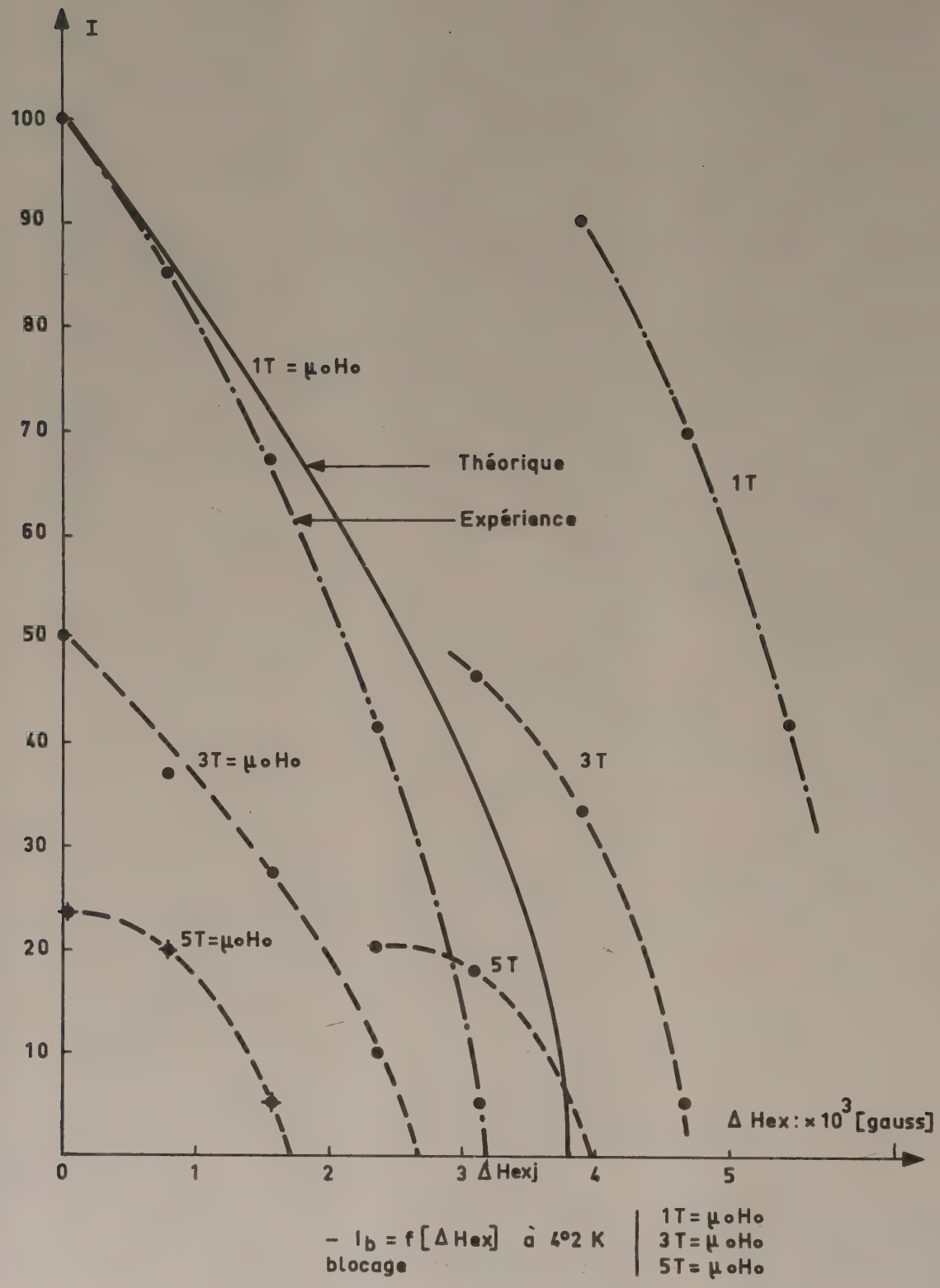

X = 4
X = 2,5
X = 1
$\frac{I_b}{I_c}$
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
X = 2
X = 0
X = 5
X = 3,7
$\frac{I_b}{I_c}$ = f[a] pour plusieurs couplages
a : demi épaisseur de plaque
X : coefficient de couplage
Courbe X = 5 a
10
20
50
100
a[μ]


$\frac{I_b}{I_c}$
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
1
2
3
4
5
6
7
X
16 µ
21,5µ
35,5µ
43 µ
71 µ
97,5µ
$\frac{I_b}{I_c}$ = f(X) pour plusieurs a
a : demi épaisseur de plaque

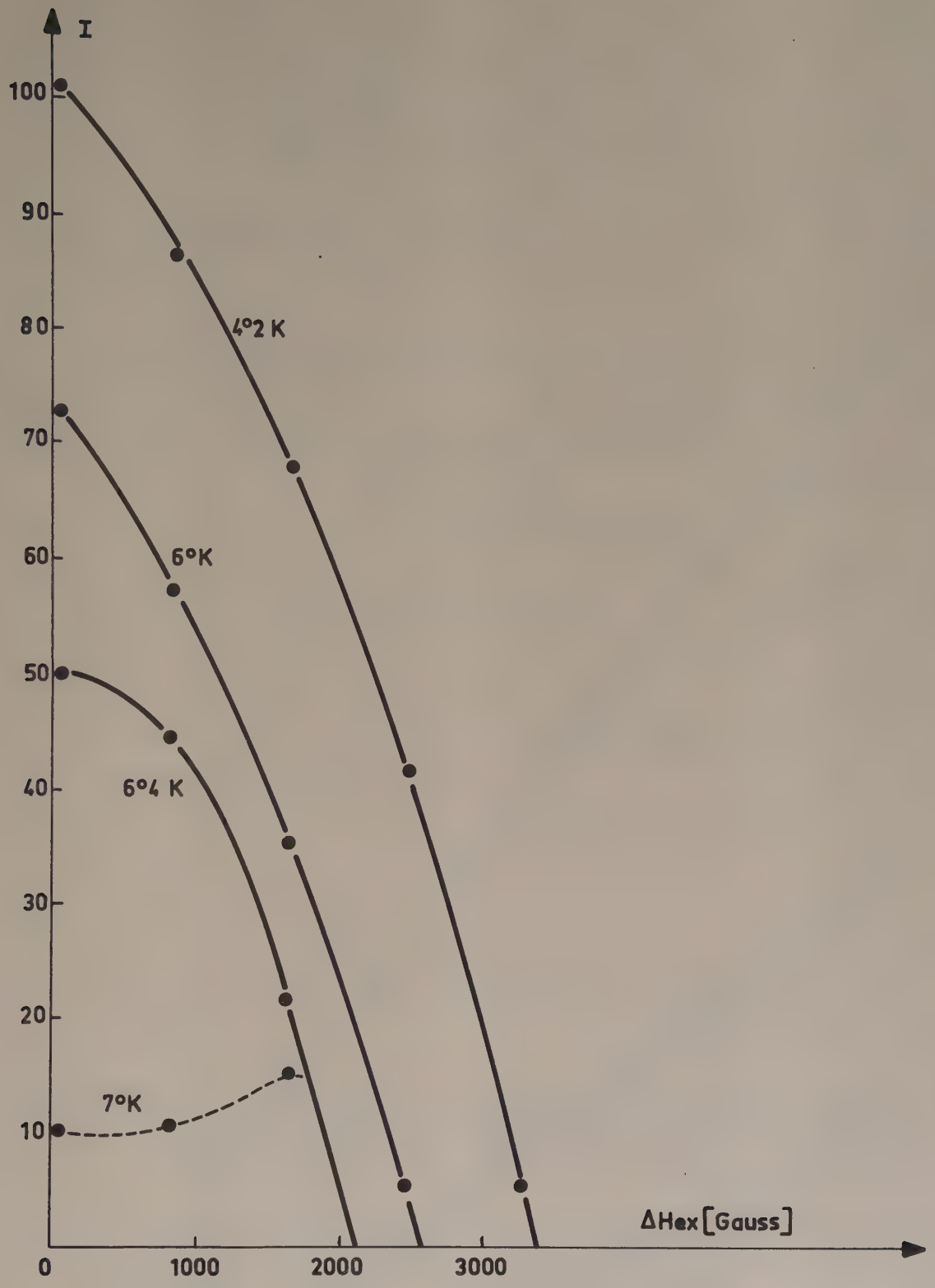
Courbe V – 5 b


I_b/I_c
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
6°K
5°K
4,°2K
$\frac{I_b}{I_c} = f\left[\mu_0 H_0\right]$
pour To = 4,°2K
= 5°K
= 6°K
[Tesla]
0
1
2
3
4
5
6
7
B

Courbe V - 5c

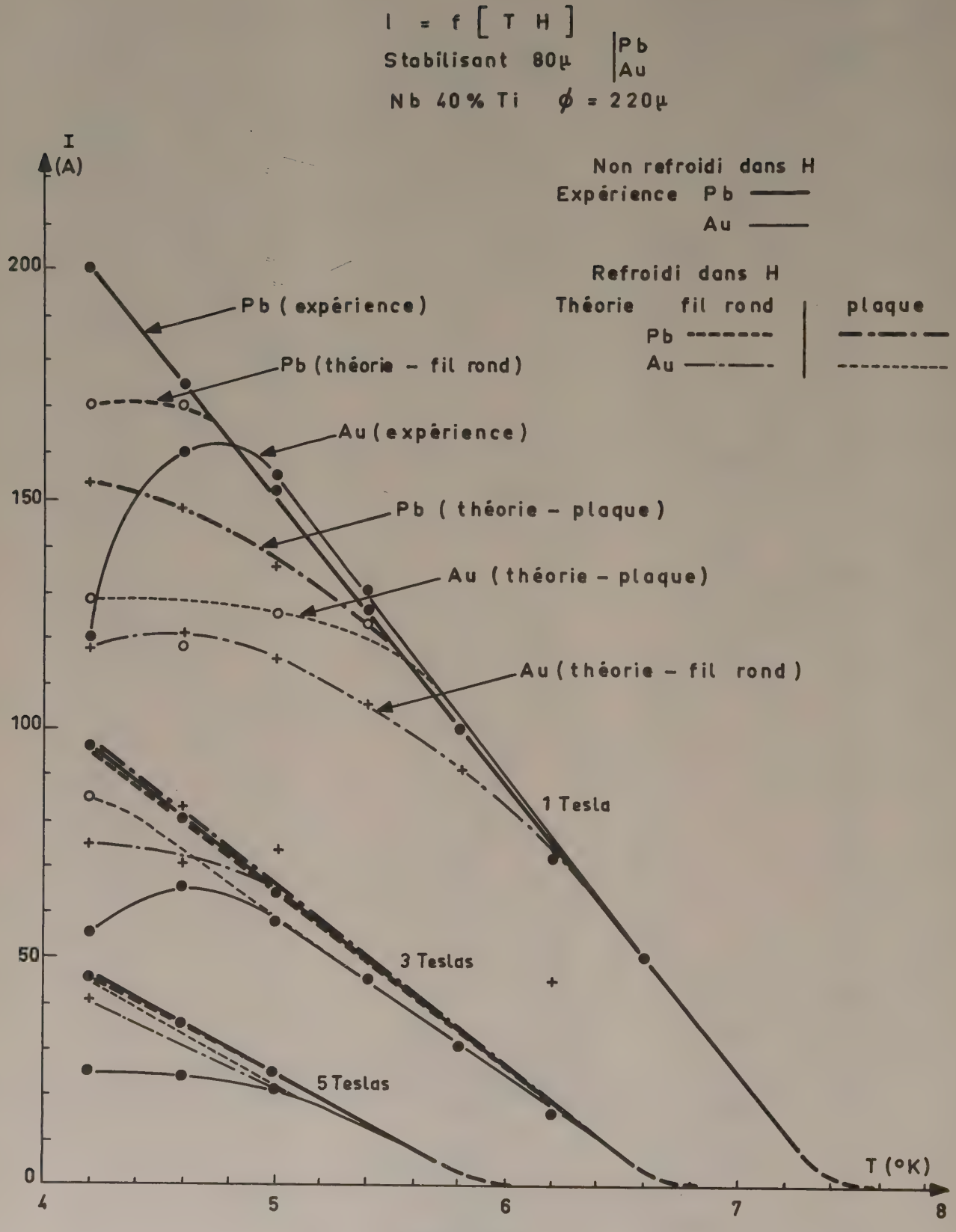

I
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
1T = μoHo
Théorique
Expérience
1T
3T = μoHo
3T
5T=μoHo
5T
Δ Hex : x 10^3 [gauss]
0
1
2
3 Δ Hexj
4
5
- Ib = f [Δ Hex] à 4°2 K
blocage
1T = μoHo
3T = μoHo
5T = μoHo

Courbe V - 6a



- $I_b = f[\Delta Hex]$ pour blocage | 4°2 K, 6° K, 6°4 K, 7° K $\mu_o He = 1$ tesla

Courbe V - 6 b


I = f [T H]
Stabilisant 80µ
Nb 40 % Ti
Pb
Au
ϕ = 220µ
I (A)
Non refroidi dans H
Expérience Pb
Au
Refroidi dans H
Théorie fil rond
plaque
Pb
Au
Pb (expérience)
Pb (théorie - fil rond)
Au (expérience)
Pb (théorie - plaque)
Au (théorie - plaque)
Au (théorie - fil rond)
1 Tesla
3 Teslas
5 Teslas
200
150
100
50
0
4
5
6
7
8
T (°K)

Courbe V - 7

ORSAY
Série A
N° d'ordre
956

THESE

PRESENTEE

A L'UNIVERSITE DE PARIS-SUD
CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Daniel RAPPANELLO

LES INSTABILITES MAGNETIQUES DES SUPRACONDUCTEURS DURS DE SECONDE ESPECE ET LEURS CONSEQUENCES

Soutenue le 31 mai 1972, devant la Commission d'Examen

MM.	GRIVET	Président
	SEPTIER DONADIEU BRONCA	Examinateurs

Je prie Monsieur le Professeur P. GRIVET, Directeur de l'Institut d'Electronique Fondamentale de la Faculté des Sciences d'Orsay, d'accepter mes remerciements pour avoir bien voulu patronner cette thèse.

Je suis très reconnaissant de l'intérêt que Monsieur G. BRONCA, Chef du Service d'Entretien et de Développement des Appareils de Physique au Département du Synchrotron Saturne, a porté à mon travail en mettant à ma disposition les ressources du laboratoire et en suivant très attentivement les études rapportées ici.

Mes remerciements vont aussi à Messieurs A. SEPTIER et L. DONADIEU, qui ont bien voulu s'intéresser à ce travail et faire partie du Jury.

A Monsieur I. HLASNIK à qui je suis redevable d'une grande partie des résultats théoriques et dont les suggestions et les nombreux conseils m'ont été d'une grande utilité, j'exprime mes profonds remerciements.

J'adresse mes remerciements à Messieurs J.P. POUILLANGE, G. PROST et B.TURCK pour leur collaboration efficace et amicale.

Je remercie ici également tous les techniciens du laboratoire pour l'aide qu'ils m'ont apportée ainsi que toutes les personnes qui ont collaboré à la mise en forme de ce travail.

LES INSTABILITES MAGNETIQUES DES SUPRACONDUCTEURS DURS DE SECONDE ESPECE ET LEURS CONSEQUENCES

- INTRODUCTION
- CHAPITRE I — Propriétés physiques des supraconducteurs
- CHAPITRE II — Contours et limites de l'étude
- CHAPITRE III — Instabilités dans un matériau soumis après refroidissement à une variation simultanée de champ et de courant
- CHAPITRE IV — Instabilités dans une plaque soumise après refroidissement successivement à une variation de champ et à une injection de courant
- CHAPITRE V — Etude expérimentale
- CHAPITRE VI — Comparaison mesures-théorie
- CONCLUSION
- ANNEXE

TABLE DES MATIERES

- INTRODUCTION

I - PROPRIETES PHYSIQUES DES SUPRACONDUCTEURS

I.1 - Les paramètres physiques

I.1.1 - Résistance électrique à basse température

I.1.2 - Résistivité des corps supraconducteurs : Notion de température critique

I.1.3 - Effet Meissner : Notion de champ critique

I.1.4 - Les équations de London

I.1.5 - Classification des supraconducteurs

I.2 - Les supraconducteurs de type II

I.2.1 - Propriétés magnétiques des supraconducteurs de type II

I.2.2 - Les supraconducteurs durs de type II

I.2.3 - Notion de densité de courant critique

I.3 - Les modèles théoriques macroscopiques

I.3.1 - Modèles empiriques expérimentaux

I.3.2 - Modèle de l'état critique isotherme

I.3.3 - a) Relation entre B, J_c et la pénétration de champ

b) Relation entre E et J_c

I.3.4 - Effet d'une variation dans le temps de la température

I.4 - Intérêts du modèle de Bean

I.4.1 - Les énergies dissipées

I.4.2 - Les instabilités dans le modèle de Bean

II - CONTOURS ET LIMITES DE L'ETUDE

II.1 - La stabilisation

II.1.1 - Définition

II.1.2 - Les mécanismes de la stabilisation

II.2 - Les études antérieures sur le sujet

II.2.1 - Stabilisation totale

II.2.2 - Stabilisation intrinsèque

a) Stabilisation adiabatique ou enthalpique

b) Concept de niveau de champ

c) Théorie de Wipf

II.2.3 - Stabilisation dynamique

II.3 - Calculs théoriques des énergies apparues

II.3.1 - Détection des instabilités

II.3.2 - Profil de champ pénétré après le saut de flux

II.3.3 - Energie dissipée lors d'une instabilité

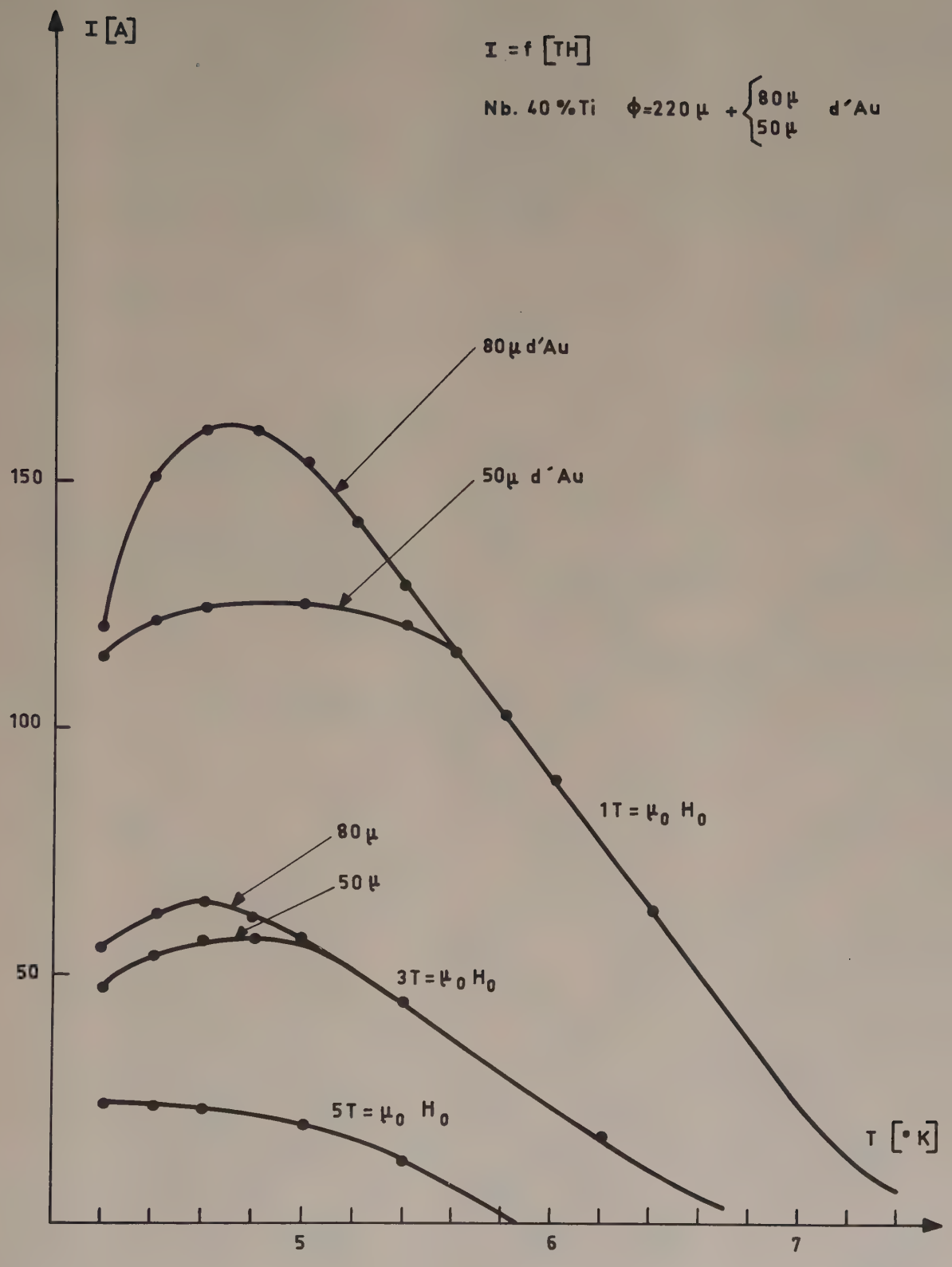
II.4 - Calculs théoriques des énergies thermiques

II.4.1 - Paramètres fixant le régime thermique

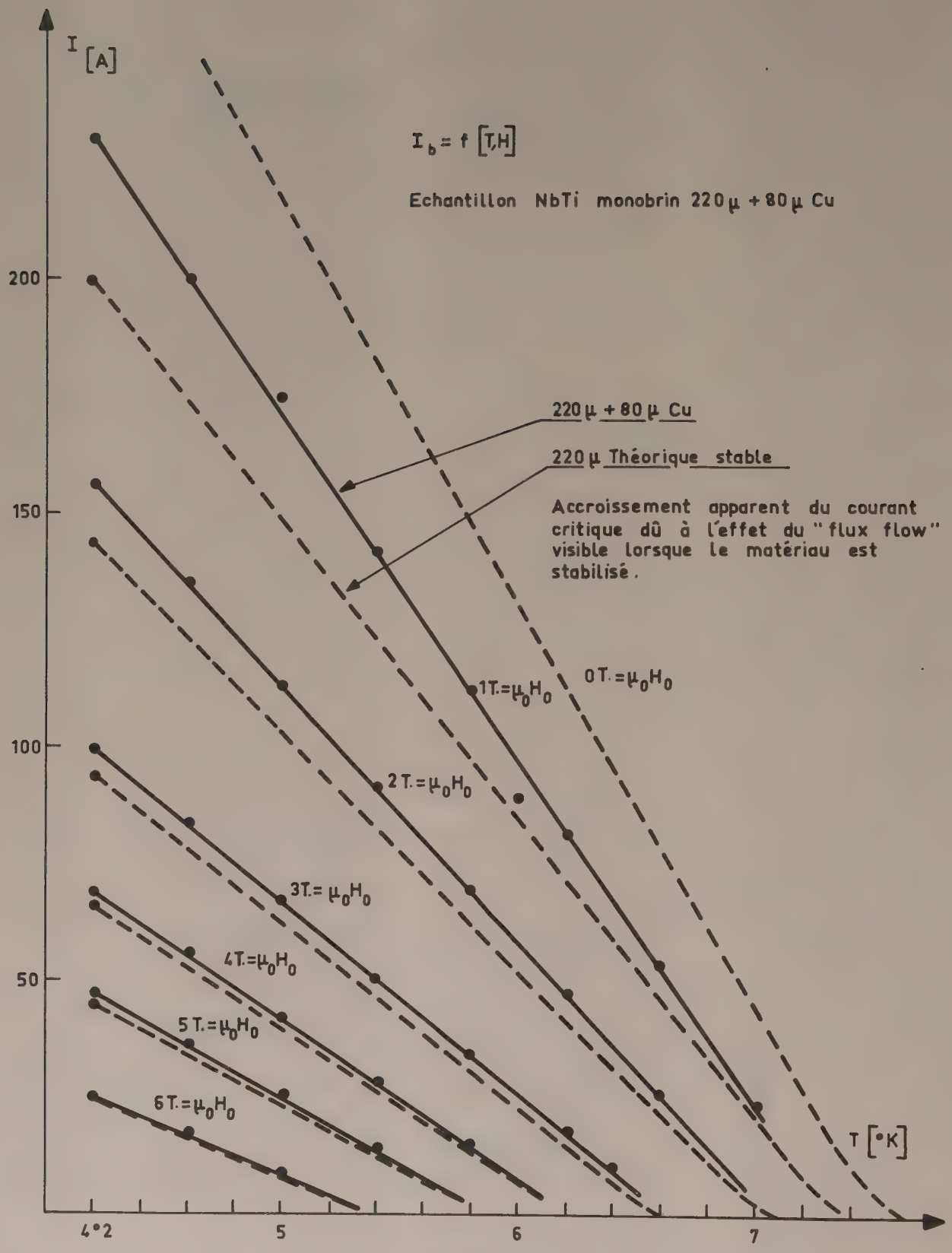
a) Diffusivité magnétique et thermique : Définition

b) Les échanges thermiques

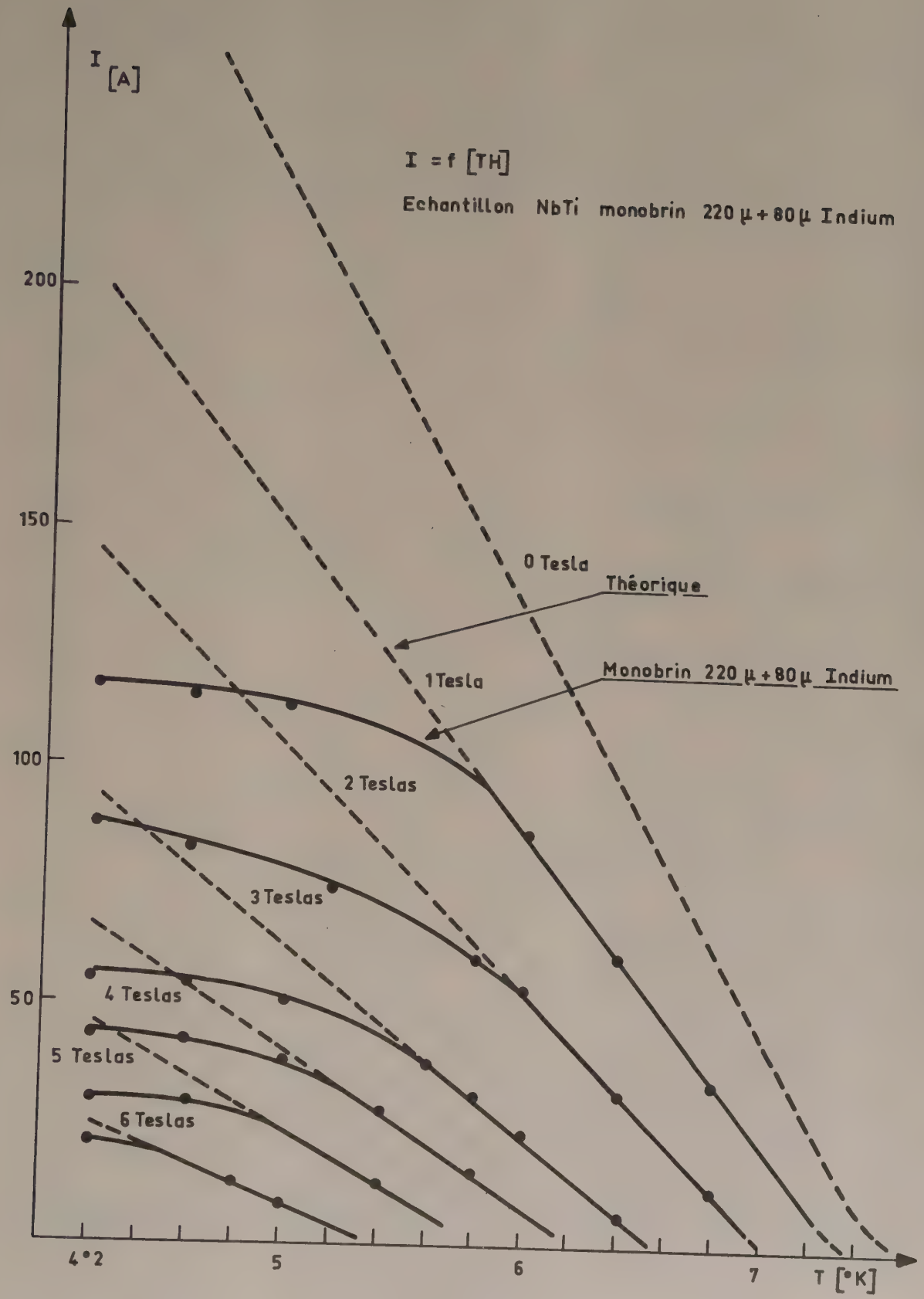
c) Chaleur spécifique du supraconducteur


I [A]
I = f [TH]
Nb. 40 % Ti ϕ=220 μ + 80 μ 50 μ d'Au
80 μ d'Au
50 μ d'Au
150
100
50
1T = μ0 H0
80 μ
50 μ
3T = μ0 H0
5T = μ0 H0
T [°K]
5
6
7

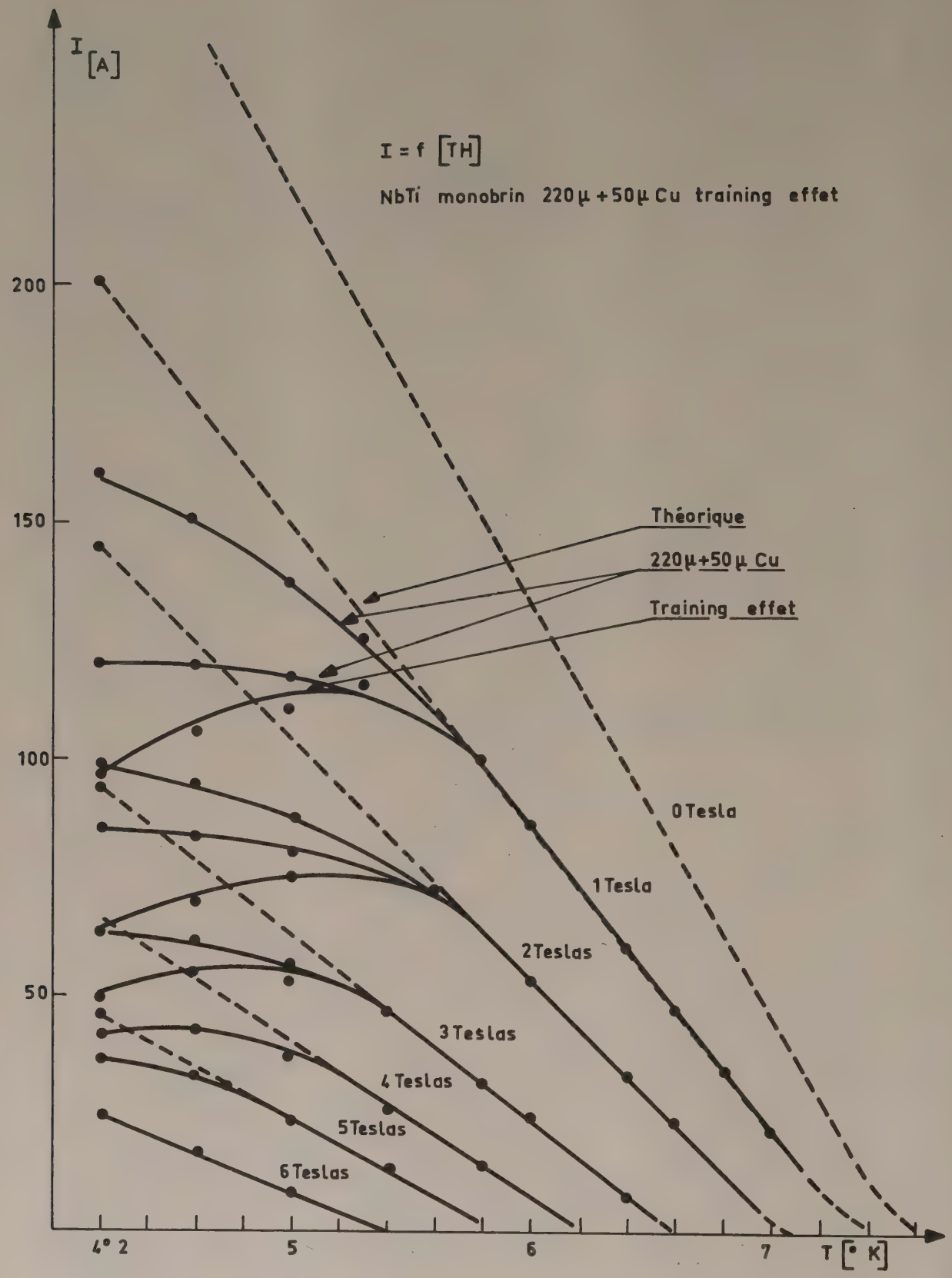
Courbe V -8


I [A]
$I_b = f[T,H]$
Echantillon NbTi monobrin 220 μ + 80 μ Cu
200
150
100
50
220 μ + 80 μ Cu
220 μ Théorique stable
Accroissement apparent du courant critique dû à l'effet du "flux flow" visible lorsque le matériau est stabilisé.
0 T. = $\mu_0 H_0$
1 T. = $\mu_0 H_0$
2 T. = $\mu_0 H_0$
3 T. = $\mu_0 H_0$
4 T. = $\mu_0 H_0$
5 T. = $\mu_0 H_0$
6 T. = $\mu_0 H_0$
T [°K]
4°2
5
6
7

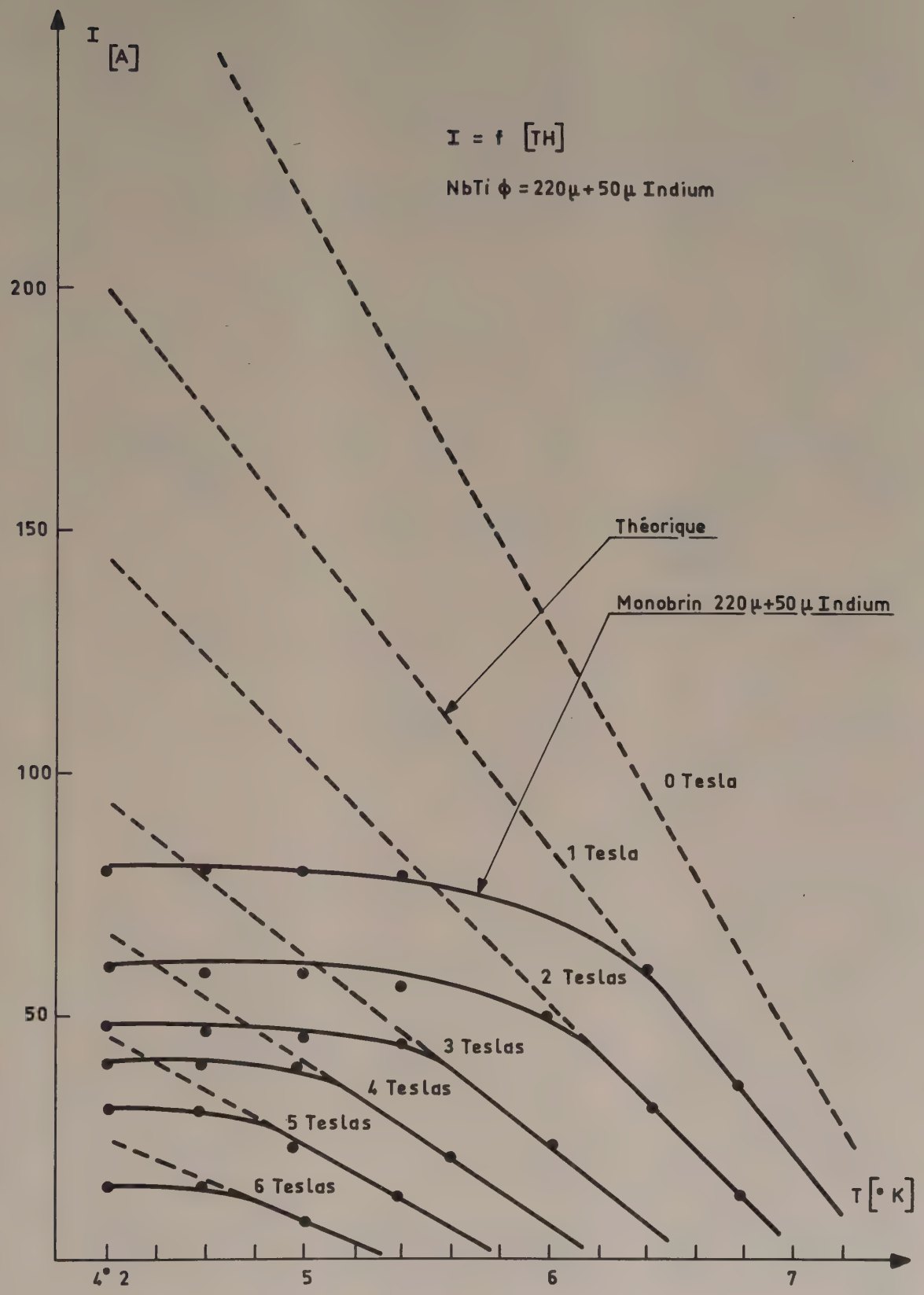
Courbe V - 9


I [A]
I = f [TH]
Echantillon NbTi monobrin 220 µ + 80 µ Indium
200
150
100
50
0 Tesla
Théorique
1 Tesla
Monobrin 220 µ + 80 µ Indium
2 Teslas
3 Teslas
4 Teslas
5 Teslas
6 Teslas
4°2
5
6
7
T [°K]

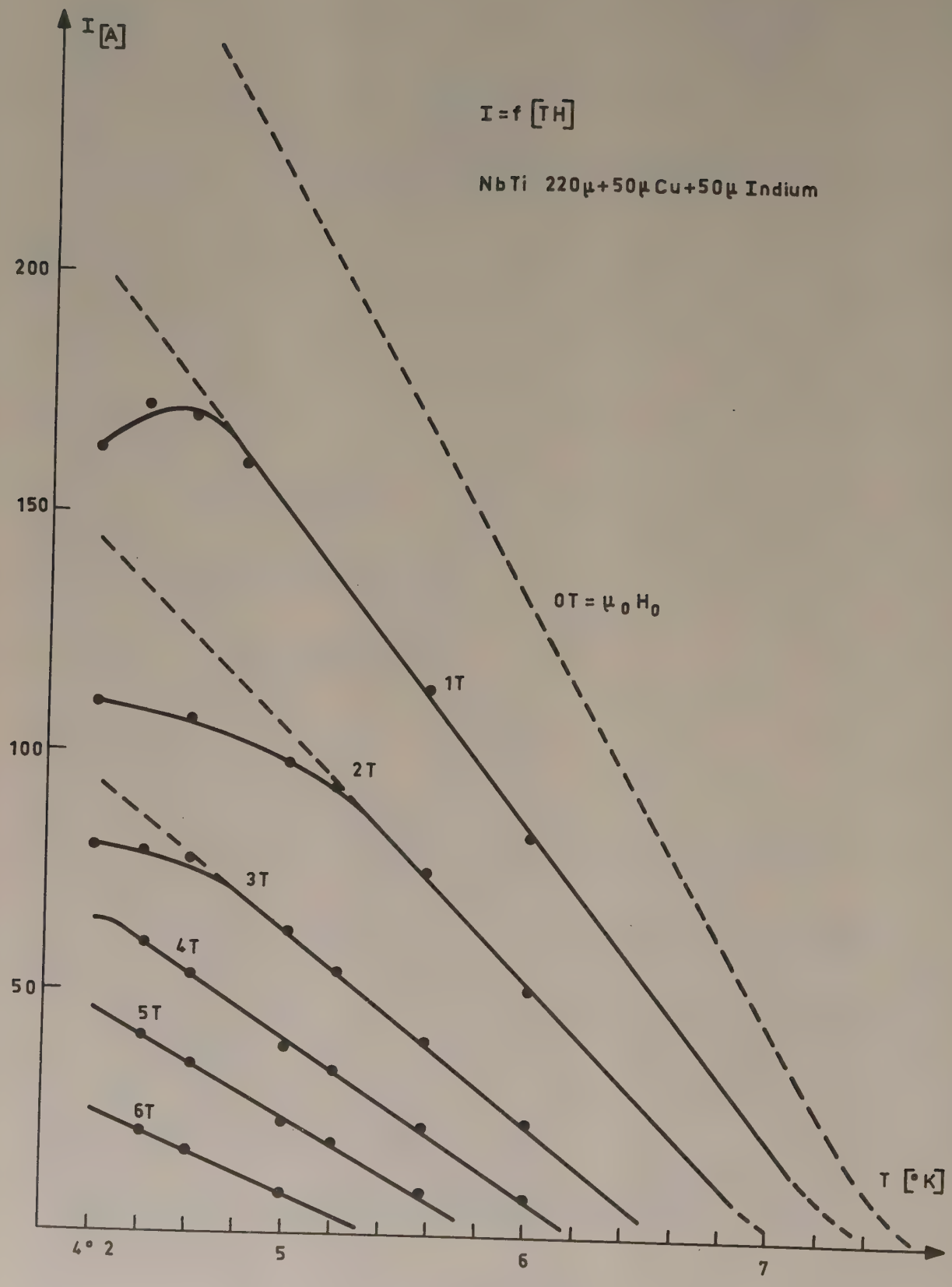
Courbe V -10


I [A]
I = f [TH]
NbTi monobrin 220μ +50μ Cu training effet
200
150
100
50
Théorique
220μ+50μ Cu
Training effet
0 Tesla
1 Tesla
2 Teslas
3 Teslas
4 Teslas
5 Teslas
6 Teslas
4° 2
5
6
7
T [° K]

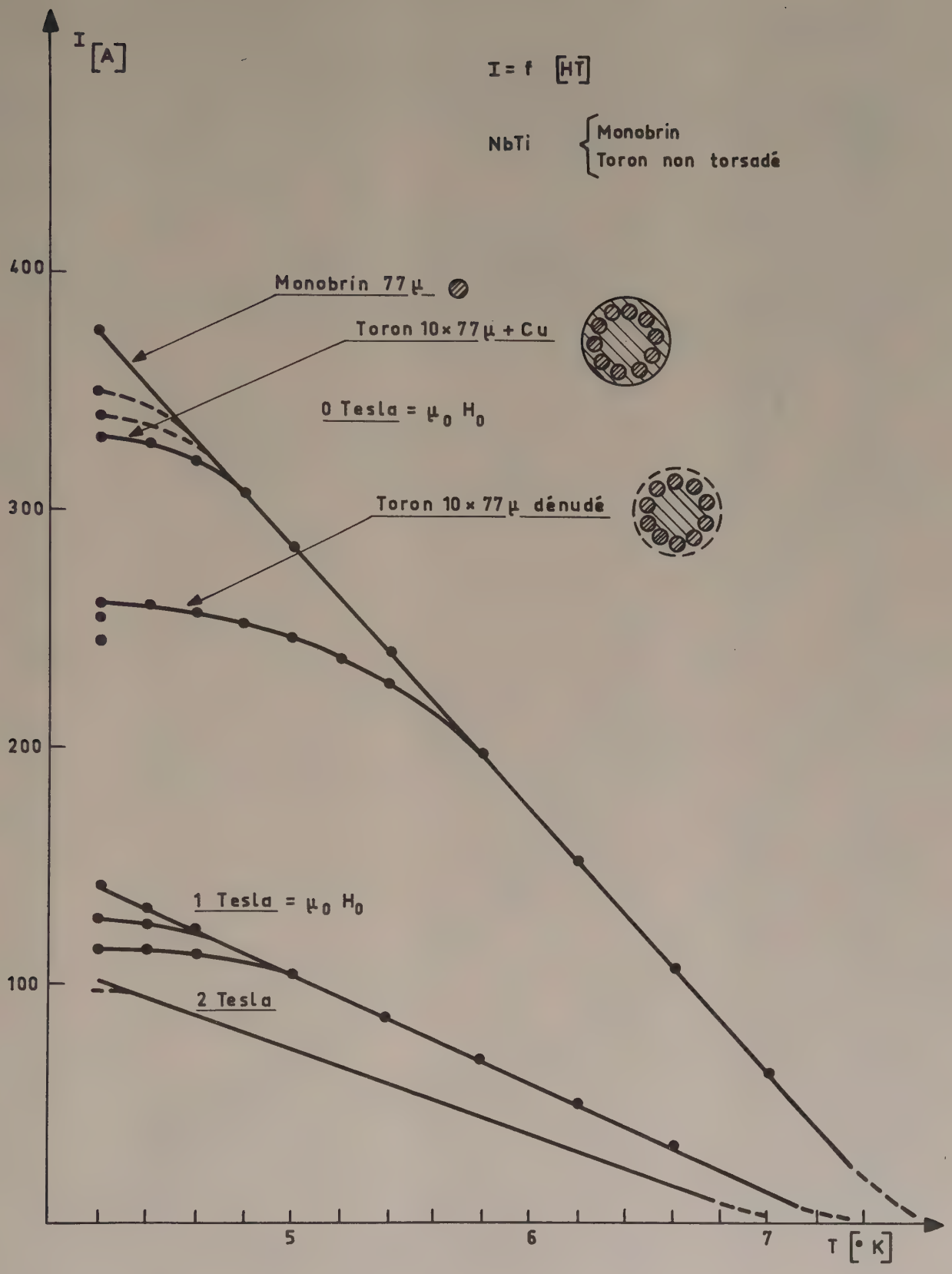
Courbe V -11


I [A]
I = f [TH]
NbTi ϕ = 220μ + 50μ Indium
200
150
100
50
Théorique
Monobrin 220μ+50μ Indium
0 Tesla
1 Tesla
2 Teslas
3 Teslas
4 Teslas
5 Teslas
6 Teslas
T [° K]
4° 2
5
6
7

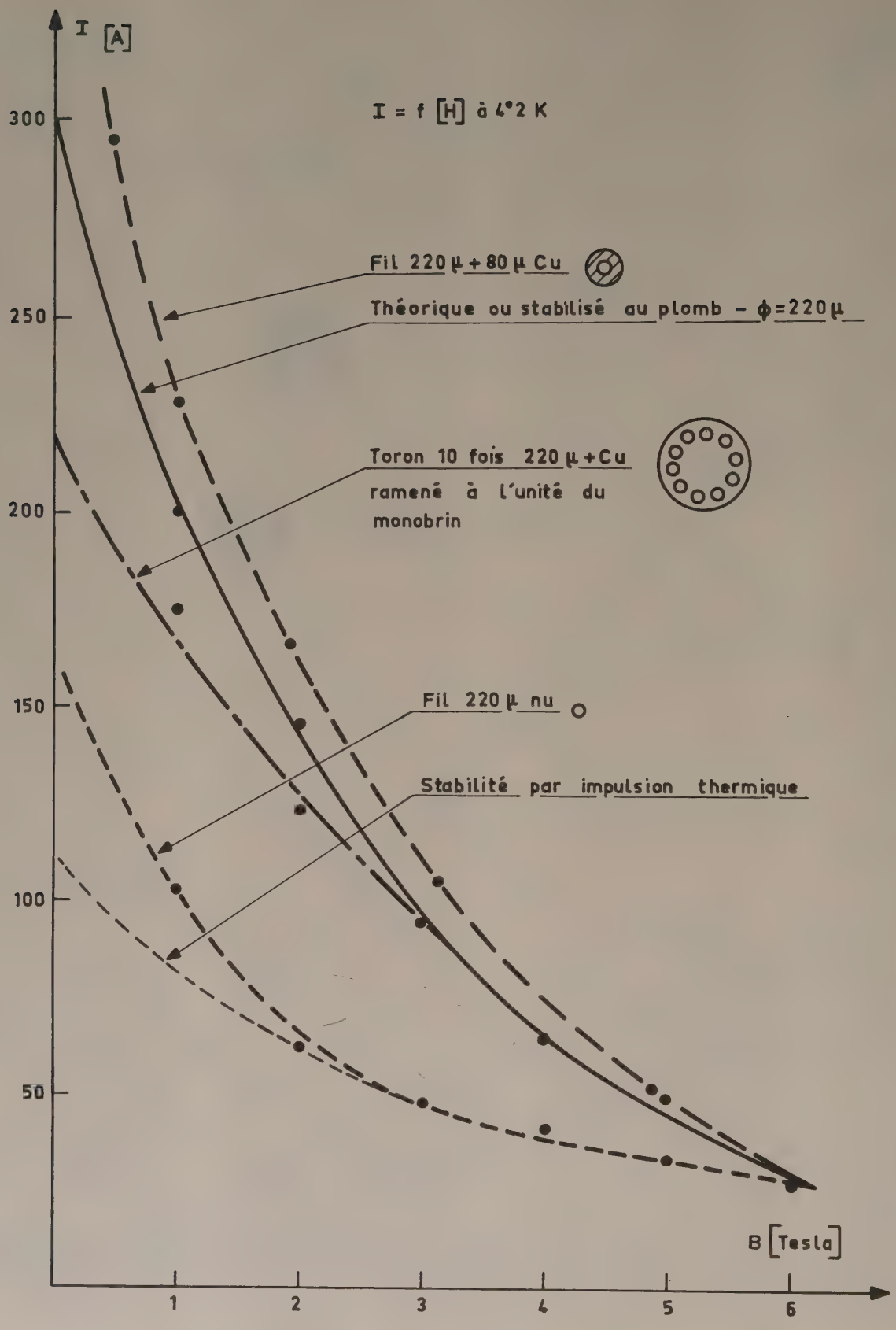
Courbe V -12


I [A]
I = f [TH]
NbTi 220μ+50μ Cu+50μ Indium
200
150
100
50
0T = μ0 H0
1T
2T
3T
4T
5T
6T
T [°K]
4° 2
5
6
7

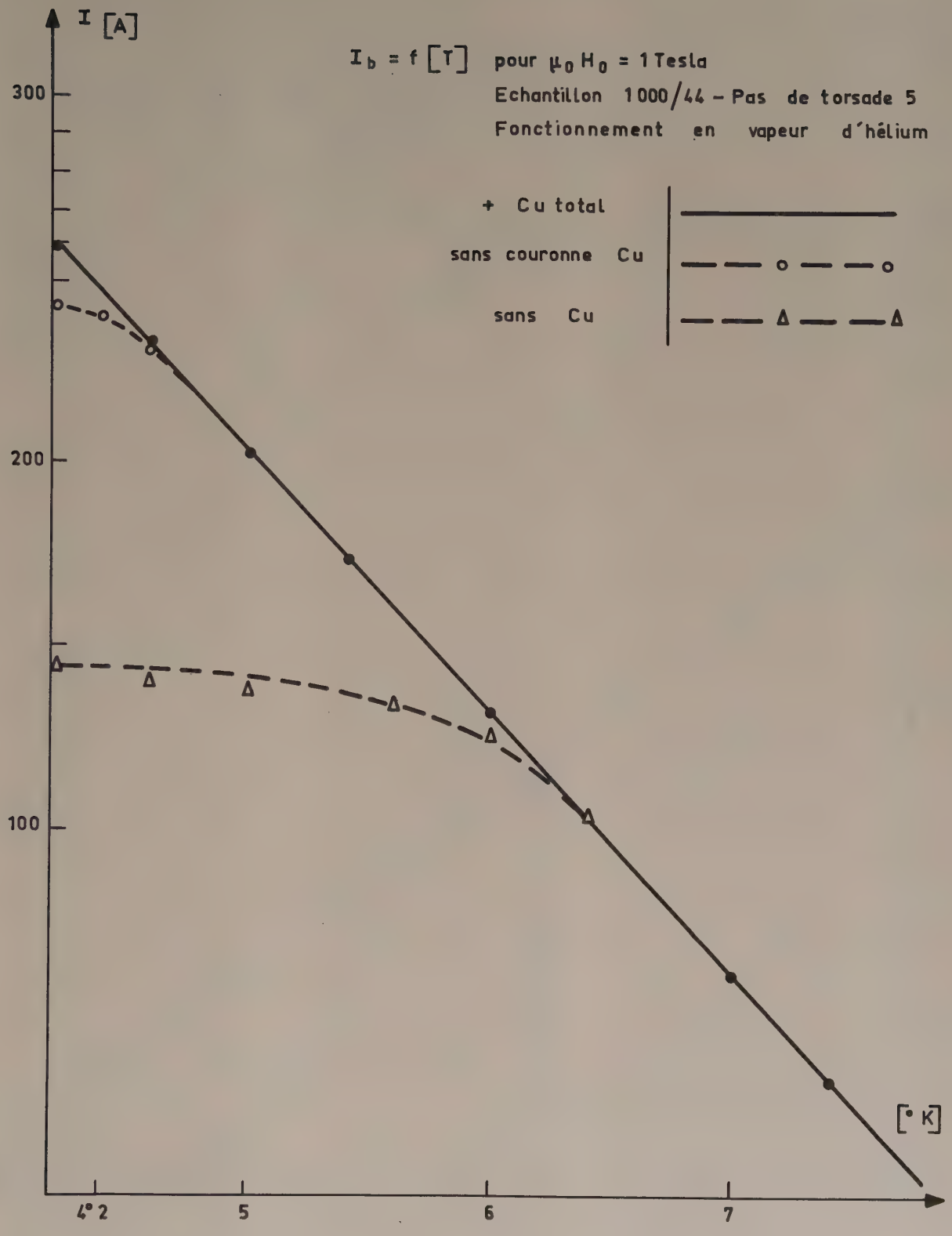
Courbe V - 13


I [A]
I = f [HT]
NbTi
Monobrin
Toron non torsadé
400
300
200
100
Monobrin 77 µ
Toron 10 × 77 µ + Cu
0 Tesla = µ0 H0
Toron 10 × 77 µ dénudé
1 Tesla = µ0 H0
2 Tesla
5
6
7
T [° K]

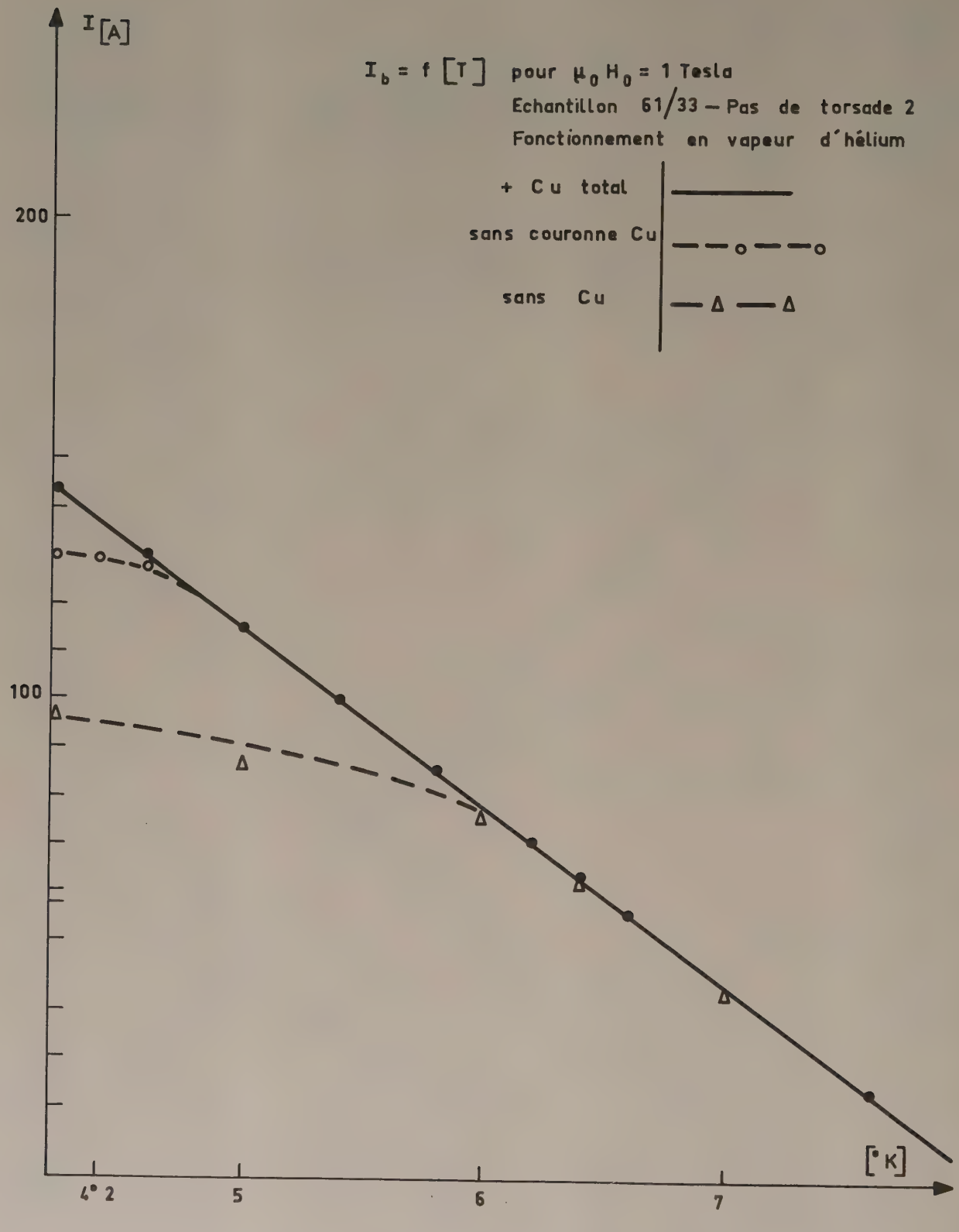
Courbe V -14


I [A]
I = f [H] à 4°2 K
300
250
200
150
100
50
Fil 220 µ + 80 µ Cu
Théorique ou stabilisé au plomb - ϕ=220 µ
Toron 10 fois 220 µ + Cu
ramené à l'unité du
monobrin
Fil 220 µ nu
Stabilité par impulsion thermique
B [Tesla]
1
2
3
4
5
6

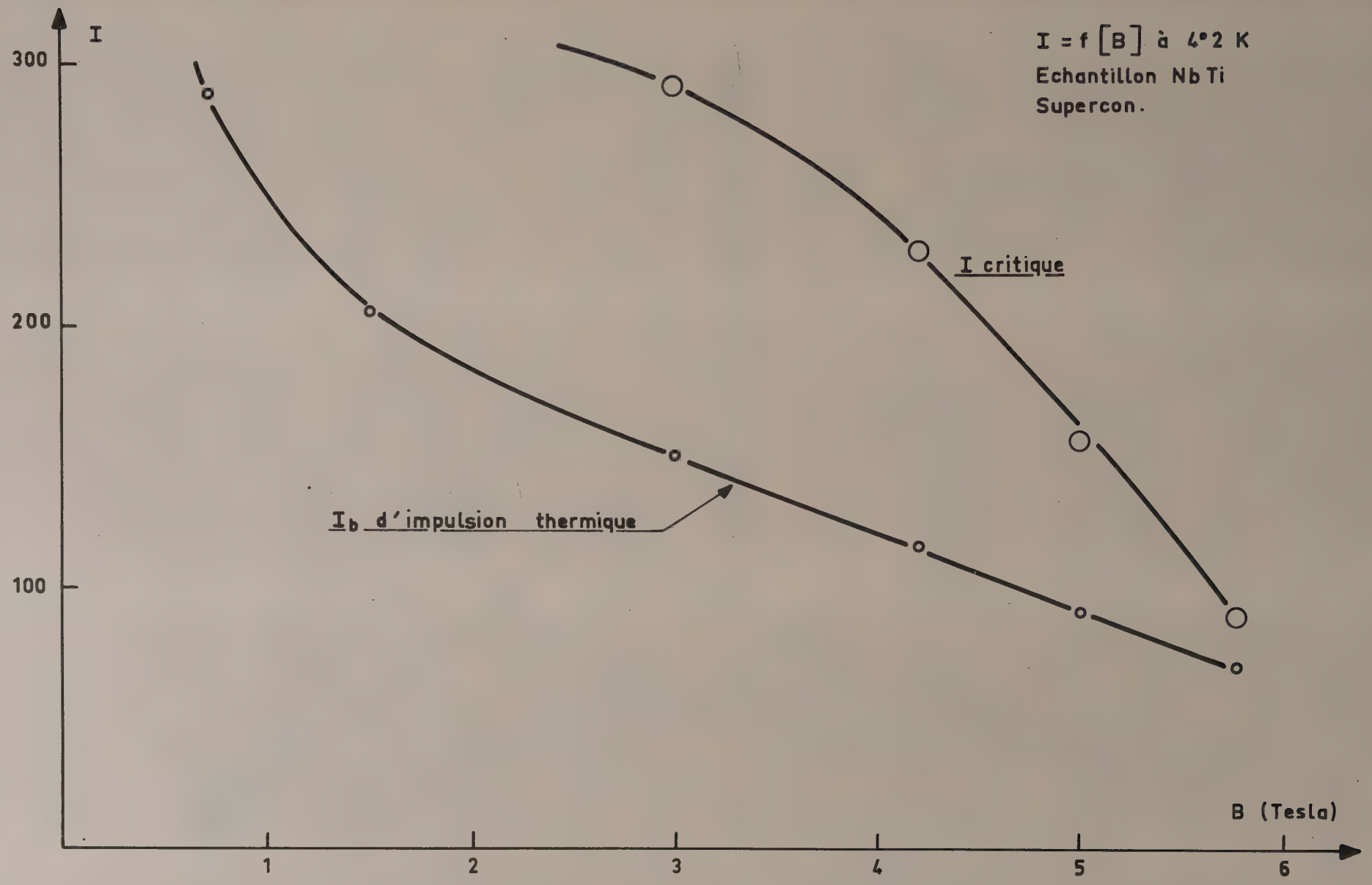
Courbe V -15


I [A]
$I_b = f[T]$ pour $\mu_0 H_0 = 1$ Tesla
Echantillon 1000/44 - Pas de torsade 5
Fonctionnement en vapeur d'hélium
+ Cu total
sans couronne Cu
sans Cu
300
200
100
[° K]
4°2
5
6
7

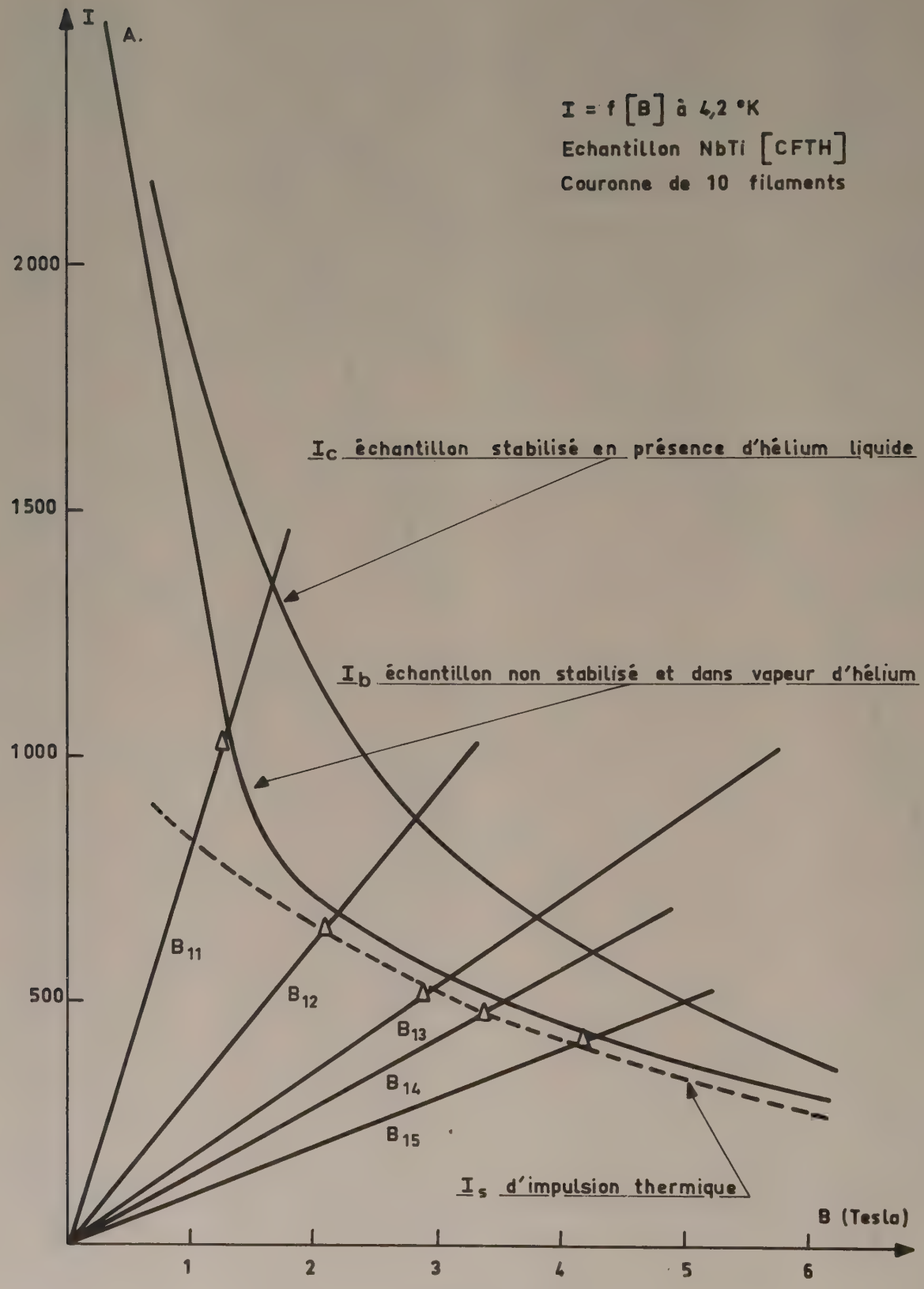
Courbe V-16 a


I [A]
$I_b = f[T]$ pour $\mu_0 H_0 = 1$ Tesla
Echantillon 61/33 — Pas de torsade 2
Fonctionnement en vapeur d'hélium
+ Cu total
sans couronne Cu
sans Cu
200
100
[°K]
4°2
5
6
7

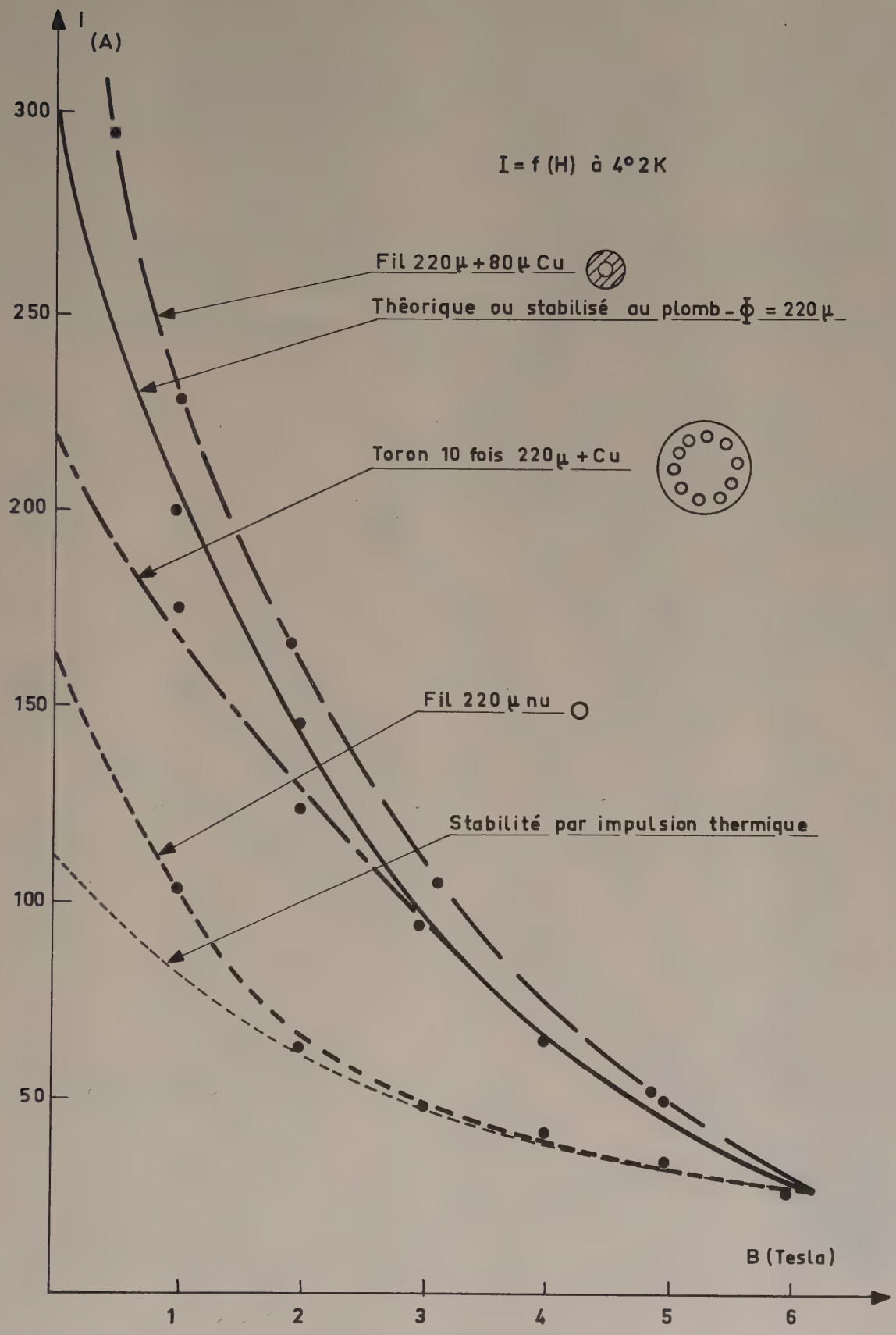
Courbe V-16b


I = f [B] à 4°2 K
Echantillon Nb Ti
Supercon.
I
300
200
100
I critique
I_b d'impulsion thermique
B (Tesla)
1
2
3
4
5
6

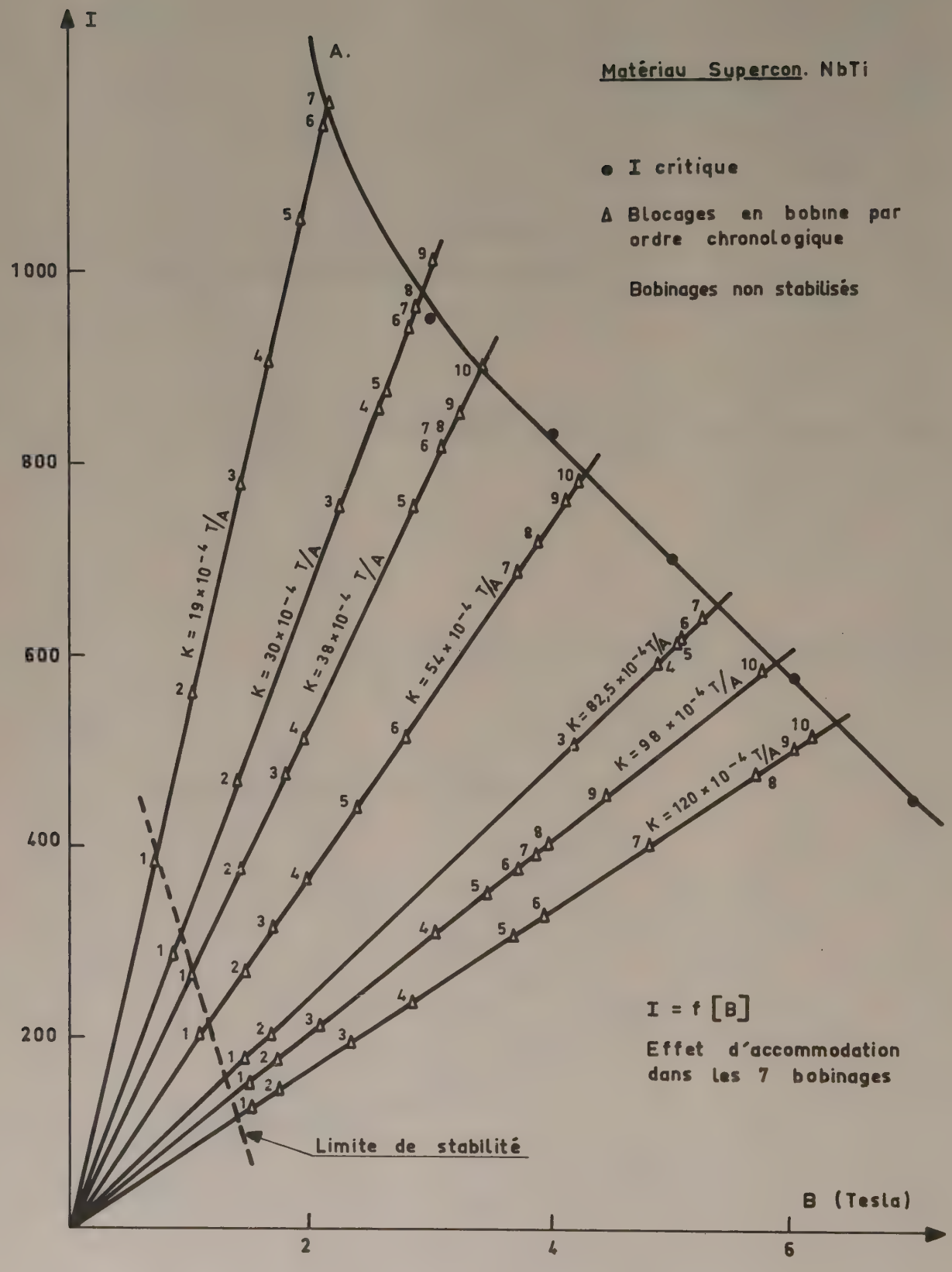
Courbe V -17


I
A.
I = f [B] à 4,2 °K
Echantillon NbTi [CFTH]
Couronne de 10 filaments
2000
1500
1000
500
Ic échantillon stabilisé en présence d'hélium liquide
Ib échantillon non stabilisé et dans vapeur d'hélium
B11
B12
B13
B14
B15
Is d'impulsion thermique
B (Tesla)
1
2
3
4
5
6

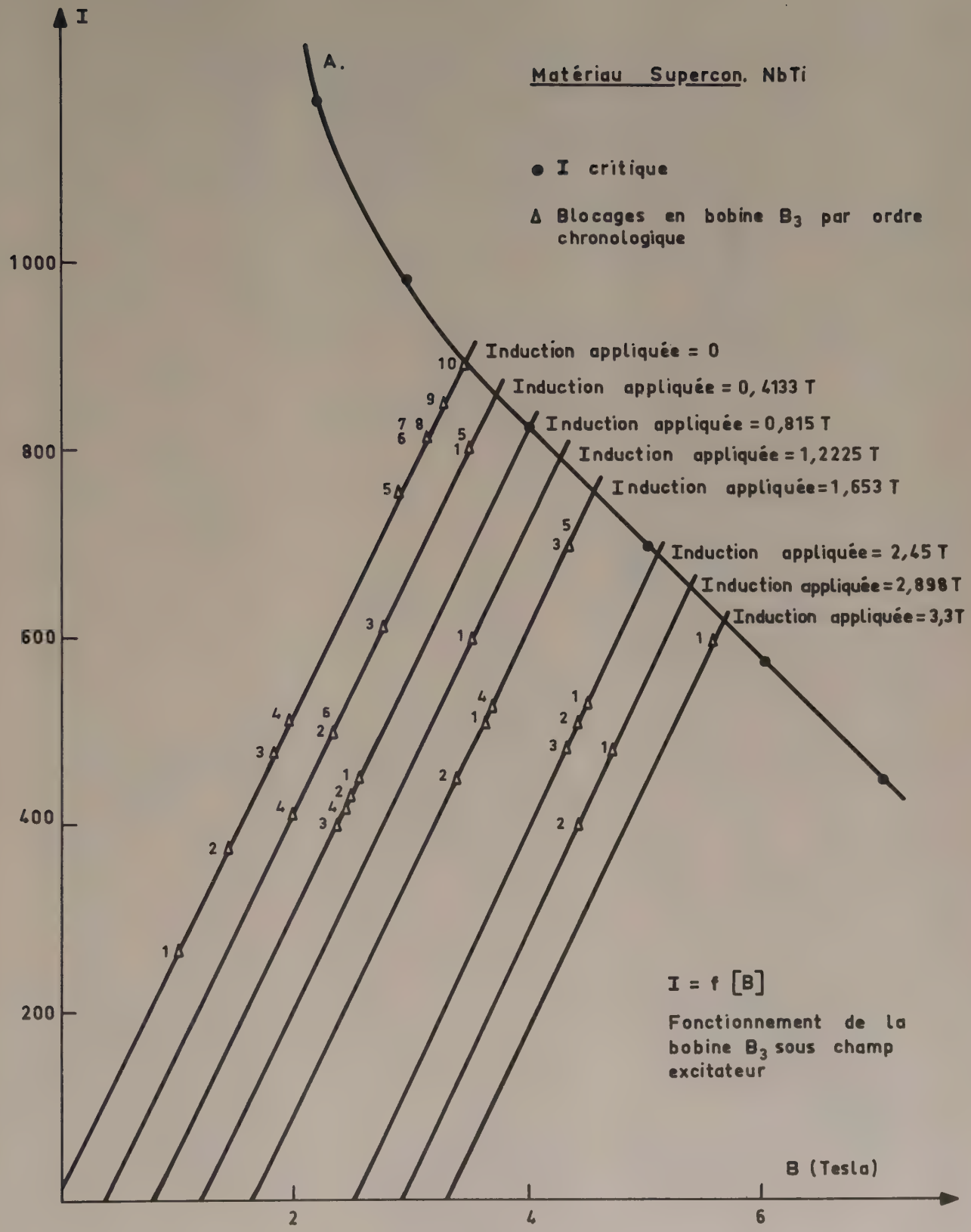
Courbe V -18


I (A)
300
250
200
150
100
50
I = f (H) à 4°2K
Fil 220µ + 80µ Cu
Théorique ou stabilisé au plomb - Φ = 220µ
Toron 10 fois 220µ + Cu
Fil 220µ nu
Stabilité par impulsion thermique
B (Tesla)
1
2
3
4
5
6

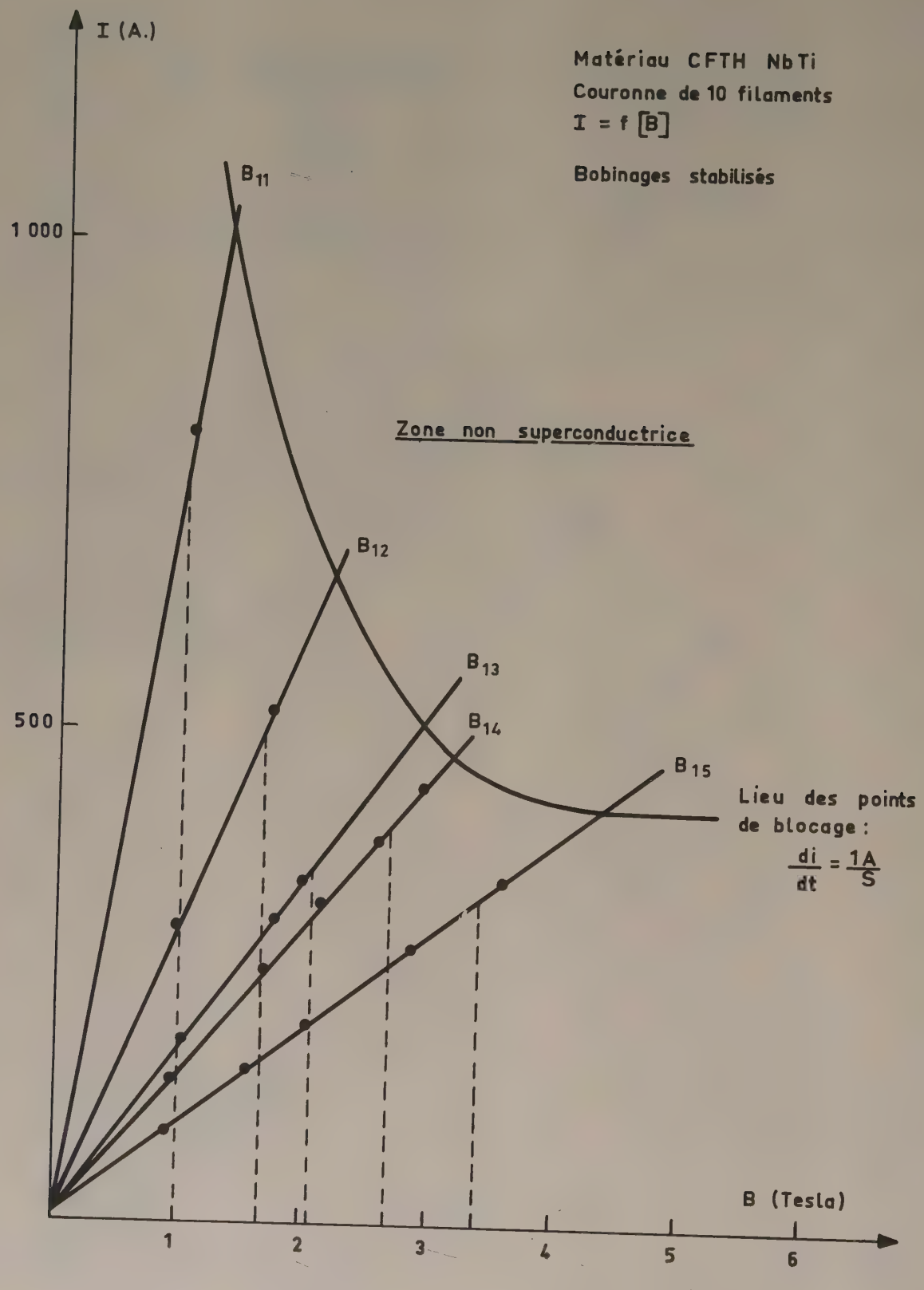
Courbe V - 19


I
A.
Matériau Supercon. NbTi
● I critique
Δ Blocages en bobine par ordre chronologique
Bobinages non stabilisés
1000
800
600
400
200
K = 19 x 10⁻⁴ T/A
K = 30 x 10⁻⁴ T/A
K = 38 x 10⁻⁴ T/A
K = 54 x 10⁻⁴ T/A
K = 82,5 x 10⁻⁴ T/A
K = 98 x 10⁻⁴ T/A
K = 120 x 10⁻⁴ T/A
I = f [B]
Effet d'accommodation dans les 7 bobinages
Limite de stabilité
B (Tesla)
2
4
6

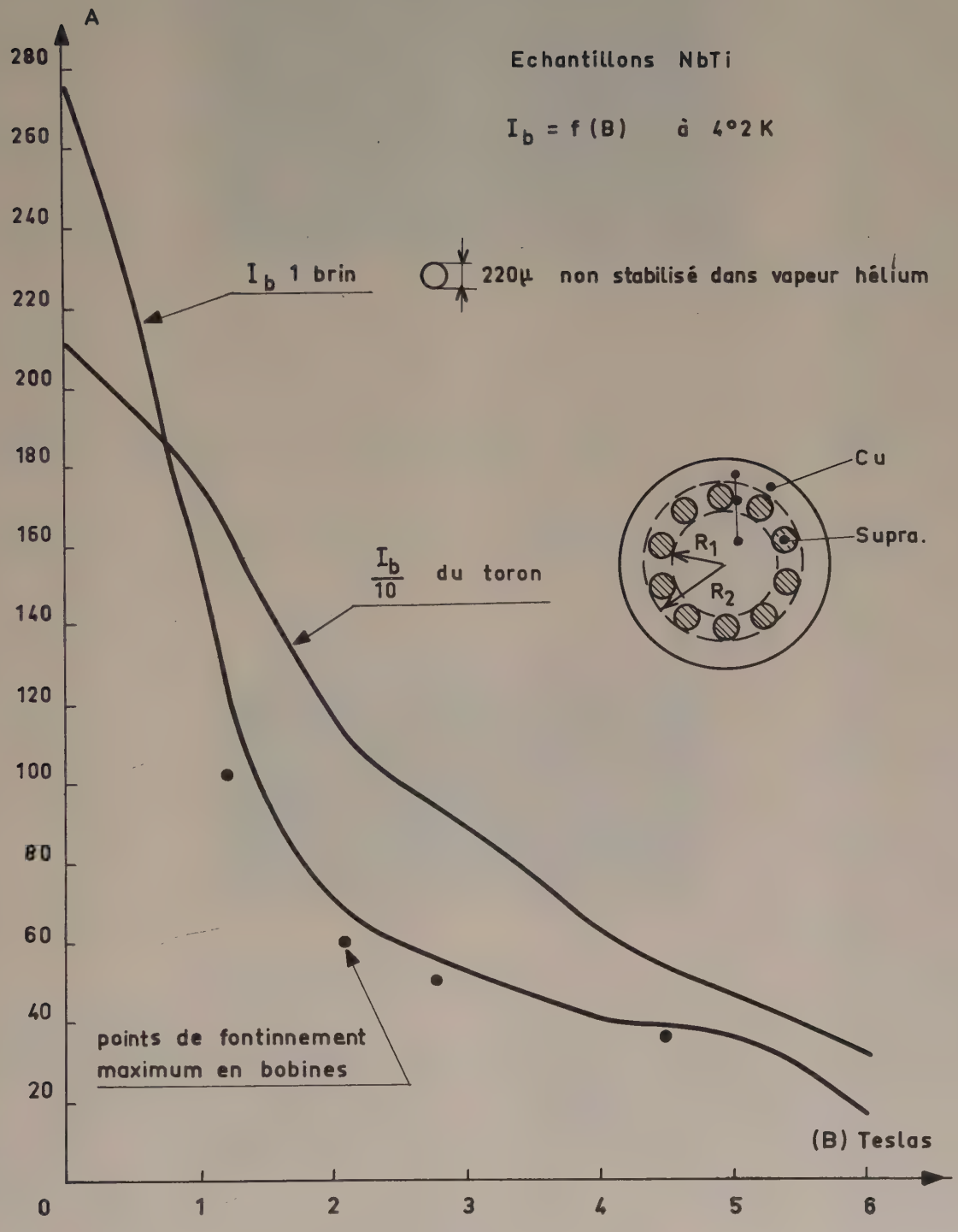
Courbe V-20a


I
A.
Matériau Supercon. NbTi
● I critique
Δ Blocages en bobine B3 par ordre chronologique
1000
800
600
400
200
Induction appliquée = 0
Induction appliquée = 0, 4133 T
Induction appliquée = 0,815 T
Induction appliquée = 1,2225 T
Induction appliquée=1,653 T
Induction appliquée= 2,45 T
Induction appliquée=2,898 T
Induction appliquée=3,3T
I = f [B]
Fonctionnement de la bobine B3 sous champ excitateur
B (Tesla)
2
4
6

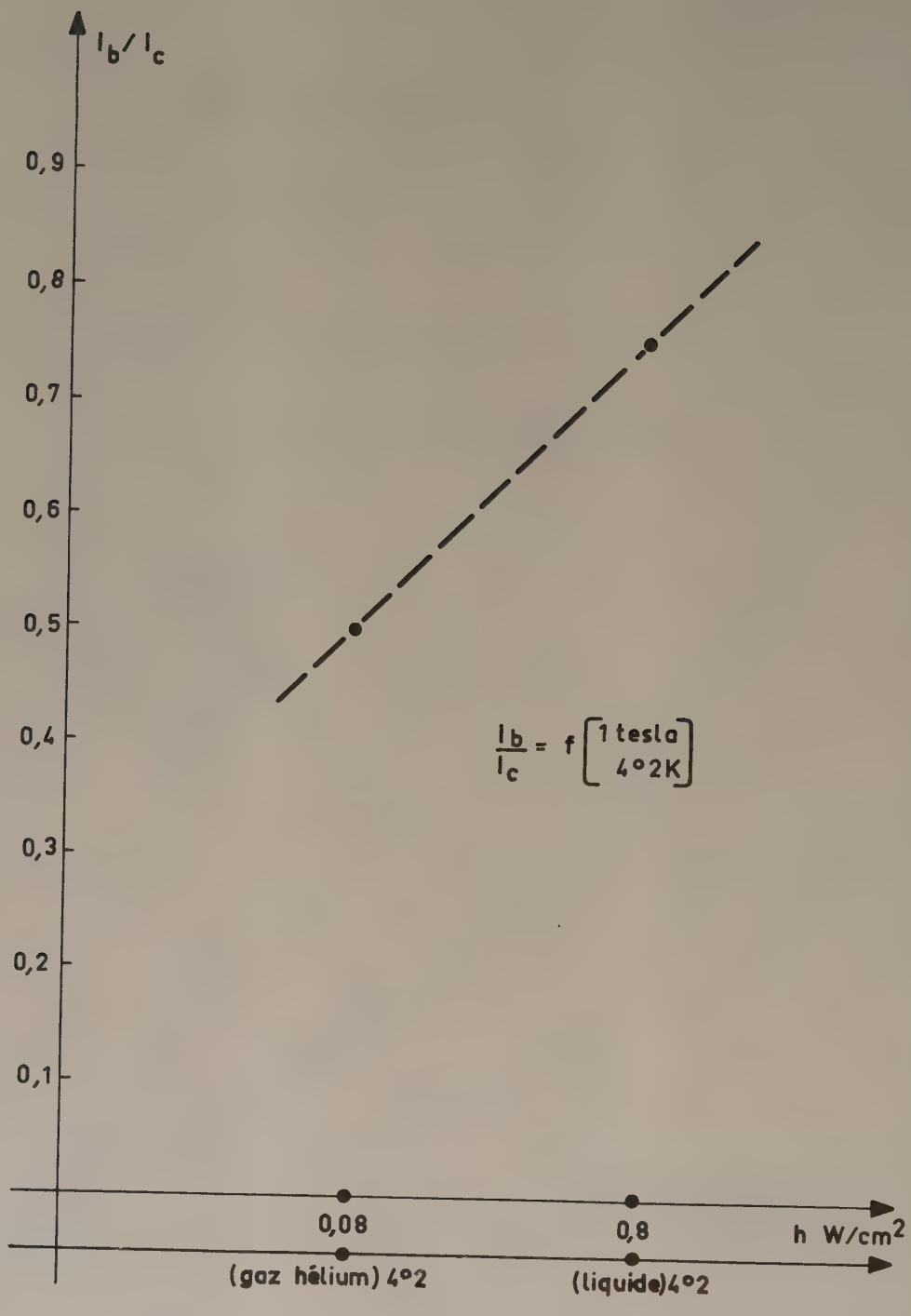
Courbe V -20b


I (A.)
Matériau CFTH NbTi
Couronne de 10 filaments
I = f [B]
Bobinages stabilisés
1 000
500
B11
B12
B13
B14
B15
Zone non superconductrice
Lieu des points de blocage :
di/dt = 1A/S
B (Tesla)
1
2
3
4
5
6

Courbe V - 21 a


A
Echantillons NbTi
$I_b = f(B)$ à 4°2 K
280
260
240
220
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
1
2
3
4
5
6
I_b 1 brin
220µ non stabilisé dans vapeur hélium
Cu
Supra.
R_1
R_2
$\frac{I_b}{10}$ du toron
points de fontinnement
maximum en bobines
(B) Teslas

Courbe V - 21 b


I_b/I_c
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
$\frac{I_b}{I_c} = f\left[\begin{matrix}1\ \text{tesla}\\ 4°2K\end{matrix}\right]$
0,08
0,8
h W/cm²
(gaz hélium) 4°2
(liquide) 4°2

Courbe V - 22

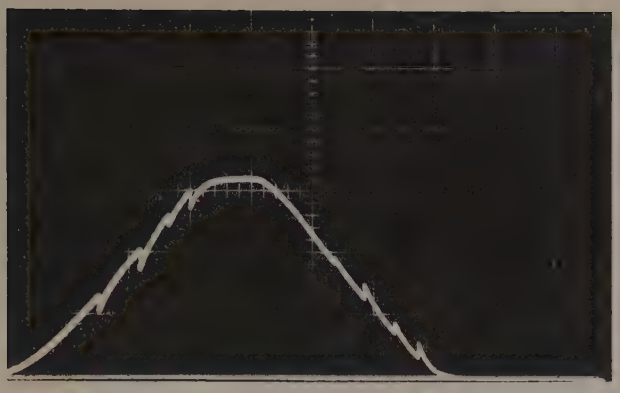


Figure-1.a

- Décrochements en courant observés sur bobine stabilisée, à la montée et à la descente du champ.

- axe vertical : courant 60 A/cm
- axe horizontal: temps 5 s/cm

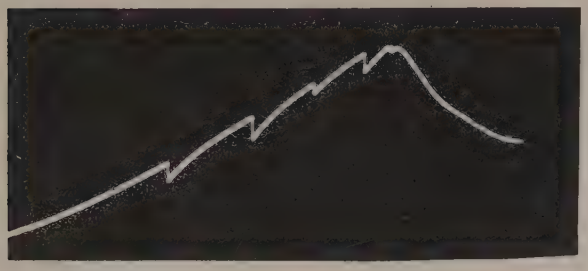


Figure-1-b

- Décrochements en courant provoquant la transition du bobinage

- axe vertical : courant 60 A/cm
- axe horizontal : temps 1 s/cm

Planche V.1

VI - COMPARAISON MESURES - THEORIE

Nous nous proposons de comparer dans ce chapitre, nos résultats expérimentaux aux prévisions théoriques que nous avons établies. Nous examinerons toutes les séquences - champ courant - comme il est indiqué au Chapitre II, Tableau 2.

L'échantillon supraconducteur, avant tout passage de courant, est refroidi, en présence d'un champ appliqué H_o, d'une température supérieure à sa température critique, à sa température de fonctionnement T_o. C'est à partir de cet état magnétique bien défini que la magnétisation du supraconducteur est modifiée :

- soit par variation ΔH_{ex} du champ extérieur puis passage dans le matériau d'un courant créant ainsi le champ propre H_i,
- soit directement par passage du courant I qui crée H_i et éventuellement un champ magnétique ΔH par couplage avec I.

Par la détermination des expressions des énergies dissipées, nous avons calculé les courants de blocage I_b que nous allons comparer ici aux courants I_b mesurés.

VI.1 - Expériences faisant intervenir un champ magnétique H_o et un champ magnétique ΔH_{ex}

VI.1.1 - Les courants de blocage I_b

Considérons l'échantillon refroidi à 4,2°K en présence d'un champ H_o puis appliquons un champ ΔH_{ex}. Nous avons recherché théoriquement et expérimentalement sur un fil rond de rayon $r = 110.10^{-6}$ m, les courants de blocage I_b pour des valeurs discrètes de ΔH_{ex} et pour différentes valeurs de H_o.

La figure VI.1 représente la variation du courant de blocage I_b en fonction de ΔH_{ex} pour $\mu_o H_o = 1$ tesla. (Courbe VI.1).

Les mesures montrent, comme le théorie la laissait prévoir, que le courant de blocage I_b décroît lorsque la valeur du champ ΔH_{ex} appliqué croît. Ce courant I_b tend vers 0 pour une certaine valeur $\Delta H_{ex\,j}$ de ΔH_{ex}, qui est théoriquement de 3 850 gauss. La mesure indique 3 120 gauss à $\mu_o H_o = 1$ tesla.

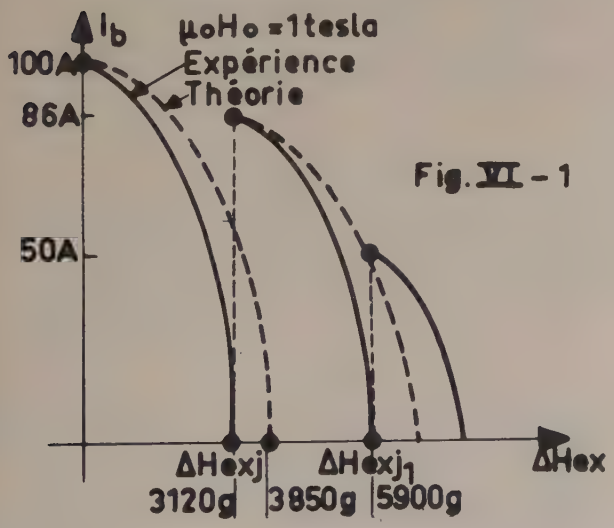


Fig. VI - 1

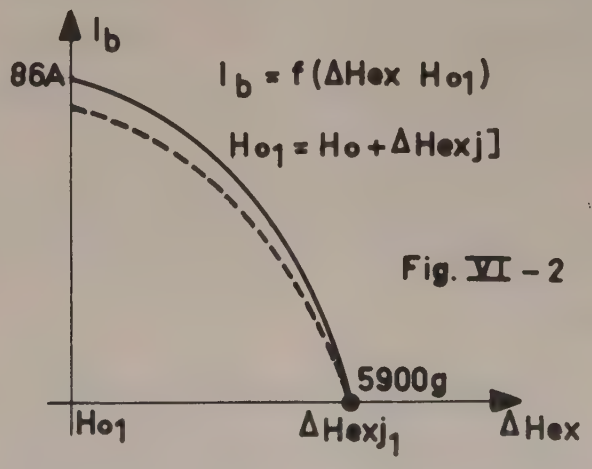


Fig. VI - 2

La valeur mesurée de $\Delta H_{ex\,j}$ représente 75 °/₀ de la valeur prévue. Cet écart peut s'expliquer par le fait, que le modèle de la plaque ne représente dans ce cas qu'une première approximation.

Pour $\Delta H_{ex} = \Delta H_{ex\,j}$ la Courbe VI.1 présente une discontinuité et,pour les valeurs supérieures de ΔH_{ex} , apparaît une nouvelle branche décroissante : Le courant I_b s'annule de nouveau pour une valeur $\Delta H_{ex\,j_1}$ de ΔH_{ex} et ce phénomène se reproduit de façon pseudo-périodique.
Nous nous proposons de l'expliquer.

Si on impose au supraconducteur (pour $\mu_o H_o = 1$ tesla) une valeur de ΔH_{ex} supérieure à la valeur $\Delta H_{ex\,j}$, (expérimentale) l'échantillon transite tout d'abord lorsque ΔH_{ex} passe par la valeur $\Delta H_{ex\,j}$. Cette transition (en absence de courant transporté) se traduit par l'échauffement du matériau, qui se trouve alors pénétré, à l'état normal, par la totalité du champ appliqué. Le matériau se refroidit ensuite à sa température de fonctionnement initiale, et si la croissance de ΔH_{ex} est lente par rapport aux transitoires thermiques du matériau, la différence ΔH_{ex}^{*} entre ΔH_{ex} appliqué et ΔH_{exj} précédent, ($\Delta H_{ex}^{*} = \Delta H_{ex} - \Delta H_{exj}$) joue le rôle d'un ΔH_{ex} associé à H_{o_1}, nouvelle valeur de champ totalement pénétré : ($H_{o_1} = H_o + \Delta H_{exj}$).

En particulier il doit être possible de superposer à la seconde branche de la courbe VI.1 représentant $I_b = f(\Delta H_{ex}, H_o)$ la première branche de la Courbe VI.2 représentant la variation de I_b en fonction de ΔH_{ex}, pour un champ totalement pénétré H_{o_1}.

Le caractère pseudo-périodique de la fonction $I_b = f(\Delta H_{ex}, H_o)$ énoncé plus haut, se trouve ainsi expliqué, il était aussi prévu théoriquement.

L'accord calcul-mesure est vérifié. Utilisons alors ces résultats pour interpréter au paragraphe suivant le phénomène d'accommodation observé, dans certains cas,sur échantillons courts.

VI.1.2 - Application au phénomène d'accommodation

Rappelons que dans la mesure préliminaire sur échantillon A (V.2.2) du courant I_b en fonction du champ extérieur H appliqué, nous avions refroidi le matériau sous champ magnétique nul, appliqué le champ magnétique H, puis injecté le courant.

Appliquons les résultats théoriques mis en évidence plus haut pour expliquer le phénomène d'accommodation qui était apparu. Ce phénomène est lié au processus opératoire. Ainsi une fois le champ H appliqué, l'échantillon transite au courant I_{b_1} . Après récupération de l'état supraconducteur on injecte à nouveau du courant dans l'échantillon qui transite à I_{b_2} tel que $I_{b_2} > I_{b_1}$; puis on obtient un courant I_{b_3} encore plus élevé et ainsi de suite. Les courants I_{b_1} , I_{b_2} , I_{b_3} ...convergent vers une valeur limite I_b .

Essayons d'interpréter ce phénomène.

Le champ H, qui est appliqué à l'échantillon une fois celui-ci refroidi à sa température de fonctionnement, joue le rôle du ΔH_{ex} et non d'un H_o.

Comme nous l'avons vu lorsque ΔH_{ex} varie, le courant de blocage s'annule de façon pseudo-périodique, nous pouvons ainsi admettre qu'à la valeur appliquée du champ corresponde une valeur de courant de blocage assez faible.

Lors de la première transition, à la suite de l'échauffement de l'échantillon, une fraction du champ H appliqué peut pénétrer l'échantillon et la configuration magnétique étant alors plus favorable (à courant égal les énergies dissipées sont plus faibles) le courant de blocage suivant I_{b_2} est plus élevé.

A la suite de ce second blocage, une fraction plus grande de champ H extérieur a pénétré et la valeur du courant I_{b3} s'expliquerait de la même façon. L'expérience montre que la valeur limite I_b, est le courant pour lequel l'échantillon transite lorsqu'il est soumis au champ H, préalablement à son refroidissement à la température de fonctionnement choisie, c'est-à-dire le cas où H joue le rôle d'un H_o.

Nous pensons avoir ainsi expliqué le phénomène d'accommodation observé lors de la mesure du courant de blocage d'échantillon court.

VI. 2 - Expériences ne faisant intervenir qu'un champ magnétique H_o

VI. 2.1 - Dégradation des matériaux refroidis dans le champ magnétique H_o

L'état magnétique dans lequel se trouvent les matériaux étudiés ci-dessous, peut être considéré comme la limite de l'état magnétique des matériaux étudiés dans le paragraphe précédent, limite pour laquelle $\Delta H_{ex} = 0$

Considérons le réseau de courbes théoriques et expérimentales Figure VI. 3, représentant, pour l'échantillon de rayon $r = 110.10^{-6}$ m assimilé à une plaque de $97,5.10^{-6}$ m d'épaisseur, les courants de blocage I_b en fonction de la température T_o et de H_o.

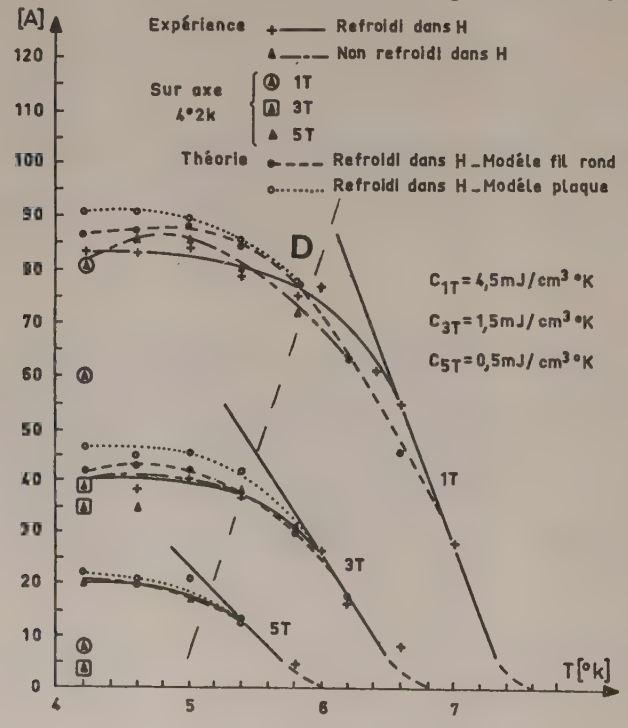


Figure VI. 3

A partir de ce réseau de courbes nous traçons à une température fixée 4,2°K par exemple, la variation du courant I_b en fonction de H_o sur la courbe VI. 4 en fin de Chapitre.

L'accord entre les valeurs théoriques de I_b et les valeurs mesurées est très satisfaisant (à 8 °/₀ près environ).

Cependant dans la région supérieure à la courbe D tracée en pointillée, les courants instables et les courants pour lesquels les sauts de flux peuvent être complets, sont supérieurs aux courants de blocage effectivement mesurés, représentés par des croix. L'écart entre les valeurs calculées et celles mesurées n'est pas important.

Analysons successivement l'influence sur les courants de blocage de la température de fonctionnement T_o, du diamètre des échantillons, du champ appliqué H_o, de la capacité calorifique C, et des matrices constituées de matériaux tels que le plomb, l'or, le cuivre ou l'indium, en vue de contrôler encore l'accord de la théorie et de l'expérience.

VI. 2. 2 - Dégradation en fonction de T_o

La dégradation mesurée dépend fortement de la température de fonctionnement (Courbe VI. 3, par exemple).

L'accord entre les dégradations mesurées et calculées est bon (à 10 °/₀ près).

Si l'on ne considère que la dégradation comme critère de qualité du matériau, il semblerait souhaitable d'augmenter la température de fonctionnement T_o appliquée à l'échantillon. En pratique le courant de blocage I_b croît lorsque la température de fonctionnement T_o diminue, par consé-

quent il est intéressant au contraire d'utiliser le matériau à des températures de fonctionnement voisines de 4,2°K afin de bénéficier le d'accroissement de I_b que nous avons constaté.

- REMARQUE

Il est possible aussi, nous le soulignons, de faire appel aux matériaux à températures critiques les plus élevées possibles possèdant des densités critiques fortes, comme le composé de niobium-étain ($Nb_3 Sn$), par exemple, car ils présentent une énergie admissible relativement grande.

VI. 2. 3 - Dégradation en fonction du diamètre du fil

Dans l'expression des conditions de stabilité

$$C[T_{c_B} - T_o] > n_1 \frac{\mu_o J_c^2}{3} a^2 \qquad \text{(avec } J_c \text{ fixée)}$$

le diamètre du supraconducteur est affecté de l'exposant le plus élevé.

La stabilité du matériau est alors très sensible à la variation de cette dimension. C'est ce que confirment les expériences en très bon accord avec la théorie, voir Courbe VI. 5 ($I_b = f(a, \chi)$). Ces courbes montrent qu'un monofilament de diamètre inférieur à 40 microns est stable si $\chi = 0$.

VI. 2. 4 - Effet de H_o

Les paramètres J_c, T_c et, partant $\frac{\partial J_c}{\partial T}$, décroissent lorsque le champ H_o augmente.

La condition de stabilité intrinsèque qui, sous une autre forme, s'écrit :

$$\mu_o \frac{a^2}{3} J_c \frac{\partial J_c}{\partial T} / C < 1$$

est plus facilement satisfaite lorsque H_o croît.

Par la résolution de l'équation (III. 37) nous avons montré que la dégradation diminue si H_o croît. Cela est vérifié par les expériences.

VI. 2. 5 - Effet de chaleur spécifique

Un fil supraconducteur de diamètre 220.10^{-6} m, recouvert d'une couche de plomb de 80.10^{-6} m est parfaitement stable.

Lorsqu'il est recouvert d'une couche de 80.10^{-6} m d'or, la dégradation mesurée est assez voisine de la dégradation calculée ($C_{Au} < C_{Pb}$). Avec un recouvrement à 50.10^{-6} m de plomb ou d'or, la dégradation doit être plus importante que dans le cas précédent, c'est ce qui a été mis en évidence expérimentalement Courbe VI. 6.

Le mode de stabilisation par accroissement de la chaleur spécifique apparente du matériau, a fait l'objet de diverses applications, par exemple la diffusion dans le niobium, d'étain, de plomb ou d'or [81] ou l'emploi de niobium-étain poreux [82].

VI. 2. 6 - Effet d'une matrice de cuivre ou d'indium

Les résultats expérimentaux traduits par les niveaux de courbes $I_b = f(T_o)$ VI. 7, montrent qu'à épaisseurs égales de placage, le cuivre est aussi efficace que le plomb, alors que la chaleur spécifique du cuivre est beaucoup plus petite que celle du plomb. Cet effet favorable du cuivre peut s'expliquer des deux façons suivantes :

a) Lorsque nous avons déterminé les conditions de saut de flux complet, nous avons négligé la conduction longitudinale de la chaleur. Or cette évacuation de chaleur peut reculer nettement la possibilité d'un saut de flux complet, si le supraconducteur est convenablement plaqué d'un matériau très bon conducteur de la chaleur.

Toutefois, un bon contact thermique est nécessaire, ce qui est très difficile à obtenir par recouvrement à l'indium.

b) Un saut de flux complet provoque généralement la transition d'un bobinage mal refroidi. Cette transition, pour un échantillon court baigné dans l'hélium liquide ne se produira pas, si pour une température légèrement supérieure à T_{cB_i}, le courant transporté étant en partie pris en charge par la matrice de cuivre, la puissance dissipée est inférieure à la puissance échangée avec le bain d'hélium pour cette température du matériau (On a supposé implicitement que les conditions d'échange de chaleur avec l'hélium sont les mêmes pour le cuivre et pour le plomb).

VI. 2. 7 - Effet de groupage

Nous avons vu précédemment qu'il est intéressant pour la stabilité d'utiliser le supraconducteur sous forme de filaments suffisamment fins ($< 40.10^{-6}$ m). Le courant transporté par un tel filament est peu élevé, et de plus, sous ce diamètre, le matériau est fragile.

Ainsi, le coétirage d'un certain nombre de ces filaments dans une même matrice de cuivre, par exemple, se trouve-t-il justifié. Pour l'utilisation de ces matériaux dans la construction de bobines à champ élevé, on torsade ces filaments dans leur matrice par torsion permanente du conducteur. Lorsque le couplage entre le champ magnétique et le courant transporté est très élevé, comme c'est le cas dans la zone à haut champ d'un aimant, le courant transporté se répartit alors assez également entre les différents

filaments qui se comportent alors comme des filaments uniques tant qu'ils ne transportent pas leur courant critique [83] et sont par conséquent stables. En effet, la distribution d'induction magnétique à l'intérieur de chacun de ces filaments est alors analogue à celle qui règne dans un filament unique. Par contre, les essais en échantillons courts de ces composites multifilamentaires ont révélé une dégradation importante indépendante du pas de torsade (voir résultats expérimentaux, Courbes VI.8 et V.16 . C'est le cas du matériau 1 000/44 ou du 61/33 de I.M.I. Ce résultat n'est pas surprenant car en absence de couplage élevé avec un champ extérieur, le courant transporté ne se répartit pas également entre les filaments. La distribution du courant s'effectue par remplissage successif des couches de filaments de l'extérieur du matériau vers l'intérieur.

Le comportement du composite se trouve ainsi assimilé à celui d'un gros monobrin instable par effet de taille.

- REMARQUE

Les composites constitués d'une couronne de filaments supraconducteurs non torsadés (type toron étudié) présentent une dégradation importante, comme prévu dans le cas où le champ qui les baigne a été appliqué après refroidissement du matériau (voir Courbes III. 9. a et III. 9. b).

VI. 3 - Expériences faisant intervenir un champ H_o et un champ ΔH

VI. 3. 1 - Effet de couplage χ

Nous nous intéressons de nouveau aux filaments uniques.

Rappelons que dans ce cas le matériau est refroidi dans un champ H_o (qui peut être nul à la limite), et soumis ensuite à un champ extérieur ΔH qui varie proportionnellement au courant qu'il transporte.

Nous avons appelé couplage χ le rapport $\frac{\Delta H}{H_i}$ où H_i est le champ propre du fil à sa surface.

L'expérience et les calculs montrent que l'accroissement du couplage diminue le diamètre stable et augmente la dégradation (voir Courbe VI.5) et la zone de stabilité intrinsèque d'un matériau donné diminue, comme il est indiqué Courbe VI.10).

- REMARQUE

Pour des valeurs du couplage χ extrêmement élevées, la décroissance de J_c en fonction du champ magnétique permet de supposer que le diamètre au-dessous duquel le supraconducteur est stable, croît en fonction de χ.

Le comportement du supraconducteur en bobine doit être très voisin de celui d'échantillons courts ainsi magnétisés. Aussi traitons-nous succinctement dans ce paragraphe le cas des bobines qui présentent une accommodation.

La région de champ magnétique maximum d'une petite bobine peut être considérée comme un échantillon court fortement couplé à un champ magnétique extérieur ΔH.

Considérons notre série d'essais effectués sur l'ensemble de nos bobines: .

Comme la taille du filament n'est pas suffisamment fixe, on constate une transition des bobines due à un saut de flux, lorsque le champ atteint une limite donnée, identique pour toutes les bobines, donc assez indépendante de la valeur du couplage dans la mesure où celui-ci est supérieur à l'unité.

Lors de la transition,du fait de l'échauffement, l'état magnétique initial n'est pas retrouvé, et l'état après transition est plus favorable. Le courant de blocage suivant est plus élevé. C'est ce qu'ont montré les séries de bobines, stabilisées et non stabilisées, réalisées à l'aide de gros supraconducteurs. On note que pour ces types de matériaux, au-dessous de 0,8 tesla, la stabilité est totale.

VI.4 - Limites de l'étude entreprise

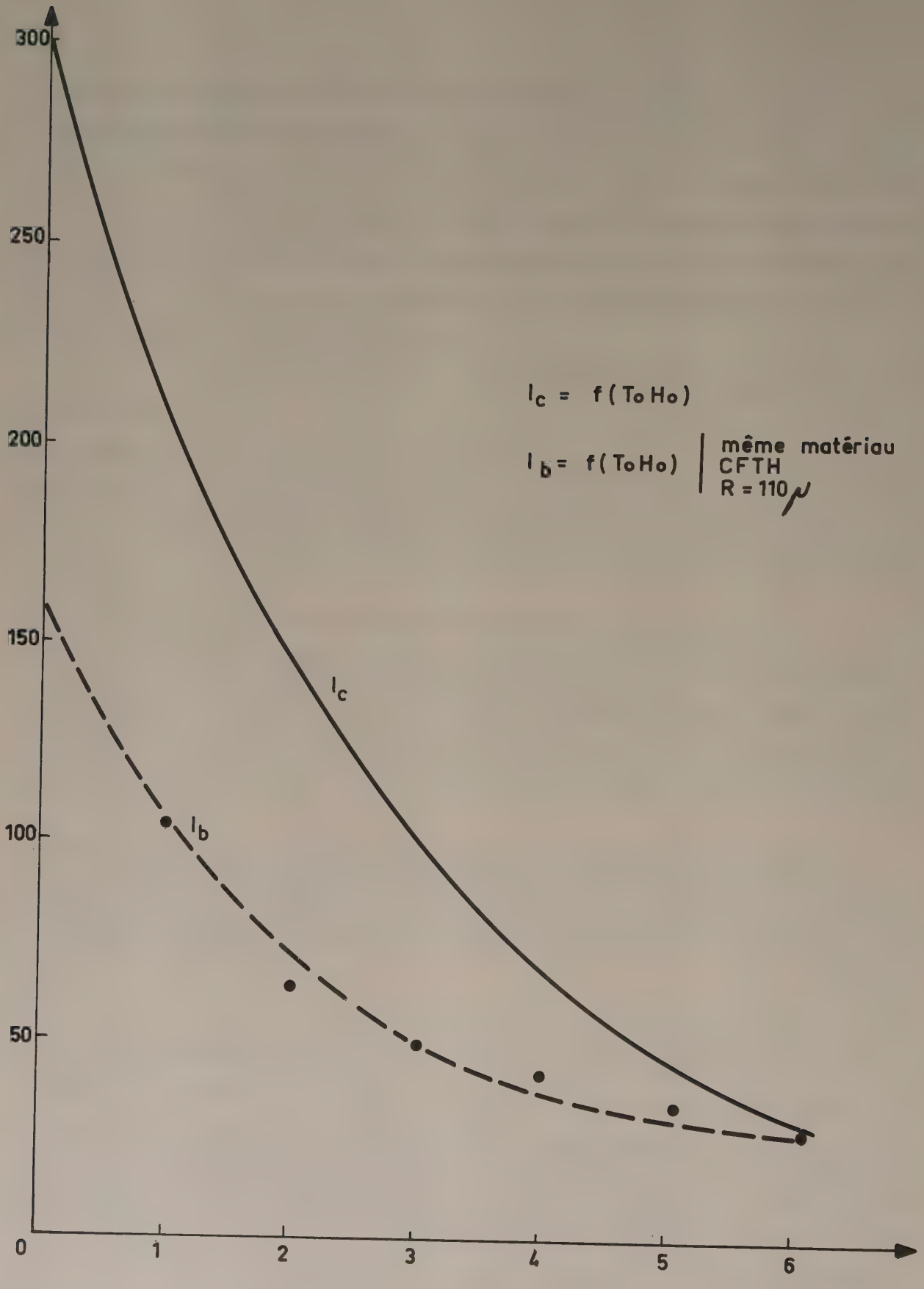
Les études théoriques et expérimentales que nous avons effectuées dans le but de montrer que les instabilités magnétiques peuvent être à l'origine de dégradations mesurées, se sont avérées en bon accord.

Nous ne pensons pas cependant avoir traité exhaustivement le problème de la stabilité. En effet nous n'avons considéré qu'un problème à deux dimensions géométriques négligeant ainsi l'effet de la conduction longitudinale de la chaleur,et nous avons toujours supposé que le champ et le courant variaient très lentement avant l'apparition d'un saut de flux.

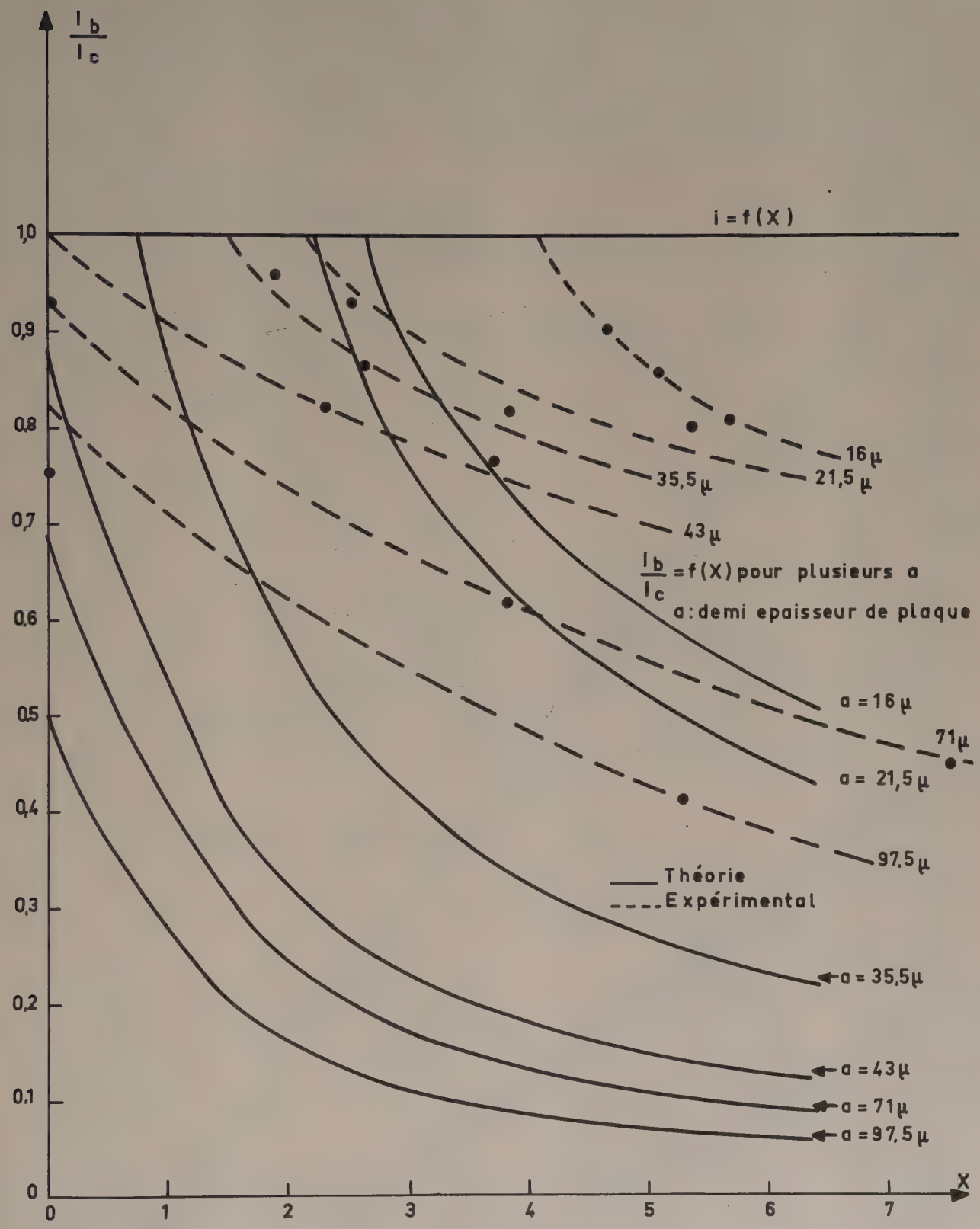
Cela donnerait encore une dimension de plus au problème, que d'introduire la notion de vitesse de variation du champ ou du courant, dans l'étude de la stabilité des supraconducteurs de deuxième espèce,tel que le NbTi.

Par ailleurs le concept d'adiabaticité totale est pessimiste,et l'hypothèse faite de température uniforme dans tout le matériau peut être discutée. Ainsi,certains désaccords constatés entre les mesures et l'analyse théorique sont certainement expliquées par ces hypothèses approximatrives ainsi que l'incertitude sur les valeurs de certaines grandeurs physiques.

Il resterait à étudier aussi l'influence importante pour les fils fins des courants de surfaces sur les instabilités magnétiques.


300
250
200
150
100
50
0
1
2
3
4
5
6
I_c
I_b
$I_c = f(To\,Ho)$
$I_b = f(To\,Ho)$
même matériau
CFTH
R = 110 μ

Courbe VI - 4


$\frac{I_b}{I_c}$
i = f(X)
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
0
1
2
3
4
5
6
7
X
16 µ
21,5 µ
35,5 µ
43 µ
71µ
97,5 µ
$\frac{I_b}{I_c}$ = f(X) pour plusieurs a
a : demi epaisseur de plaque
a = 16 µ
a = 21,5 µ
a = 35,5µ
a = 43µ
a = 71µ
a = 97,5 µ
Théorie
Expérimental

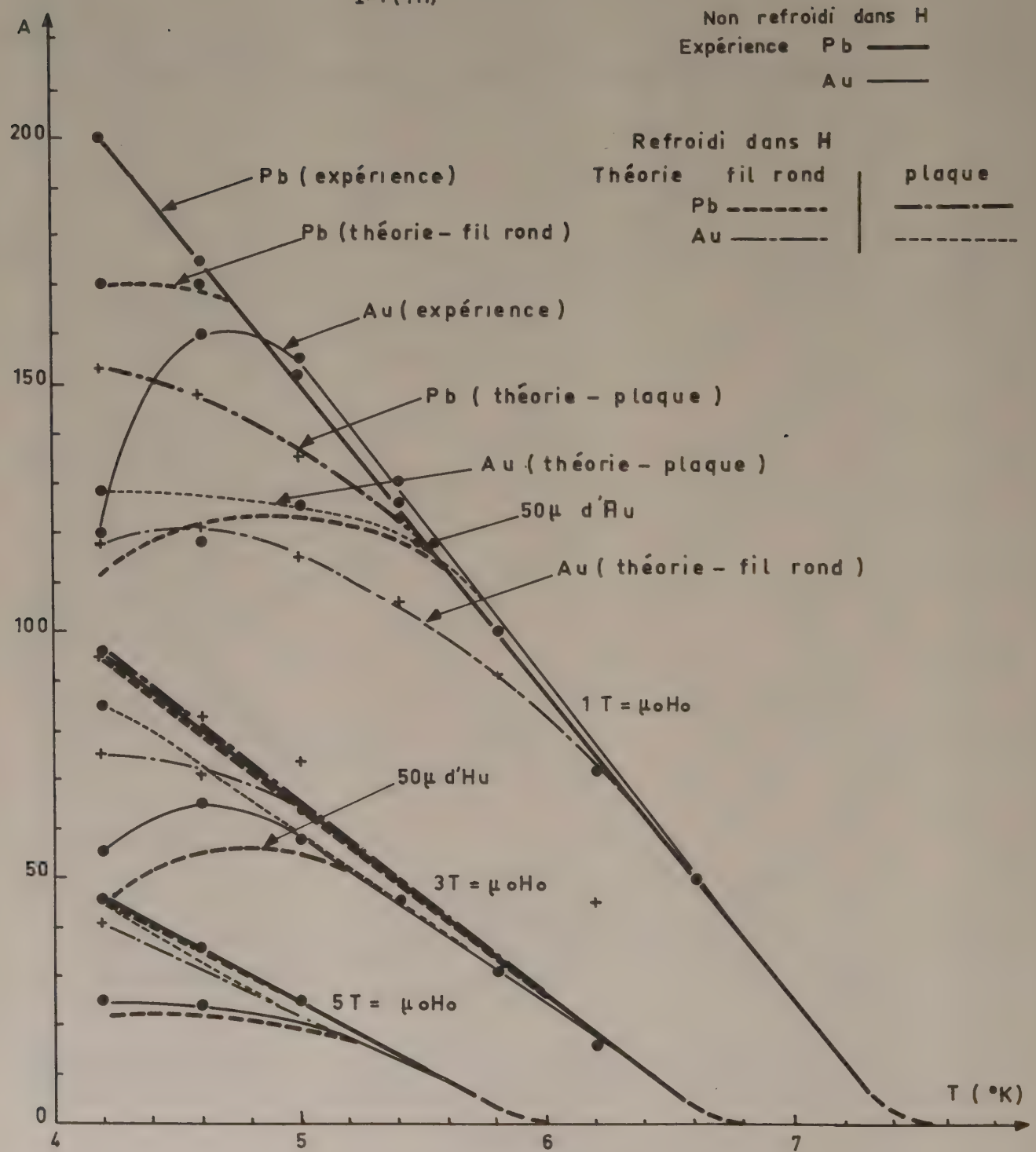
Courbe VI 5

$I = f[T\ H]$

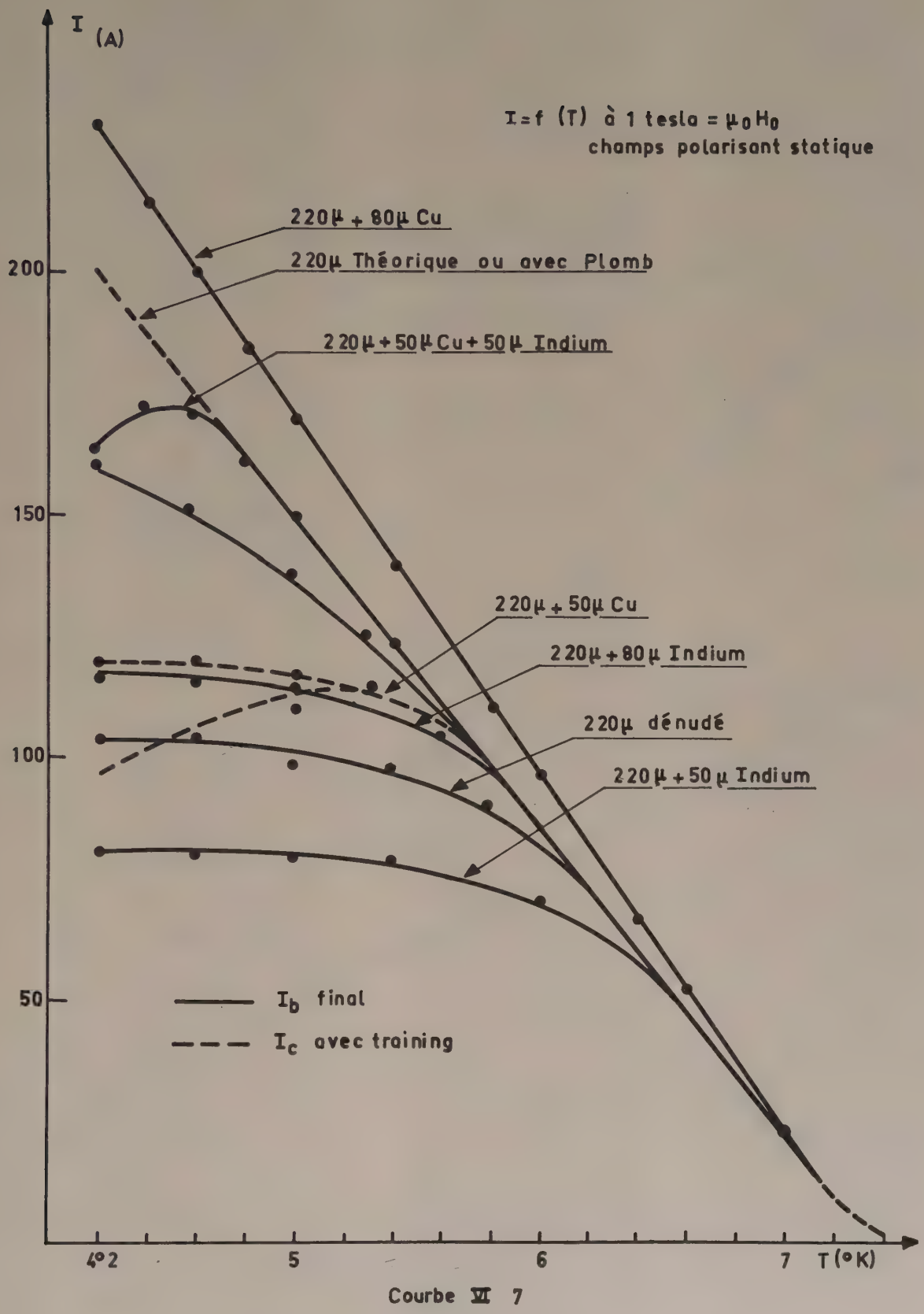
Stabilisant 80 μ [Pb / Au

Nb 40 % Ti ϕ = 220 μ

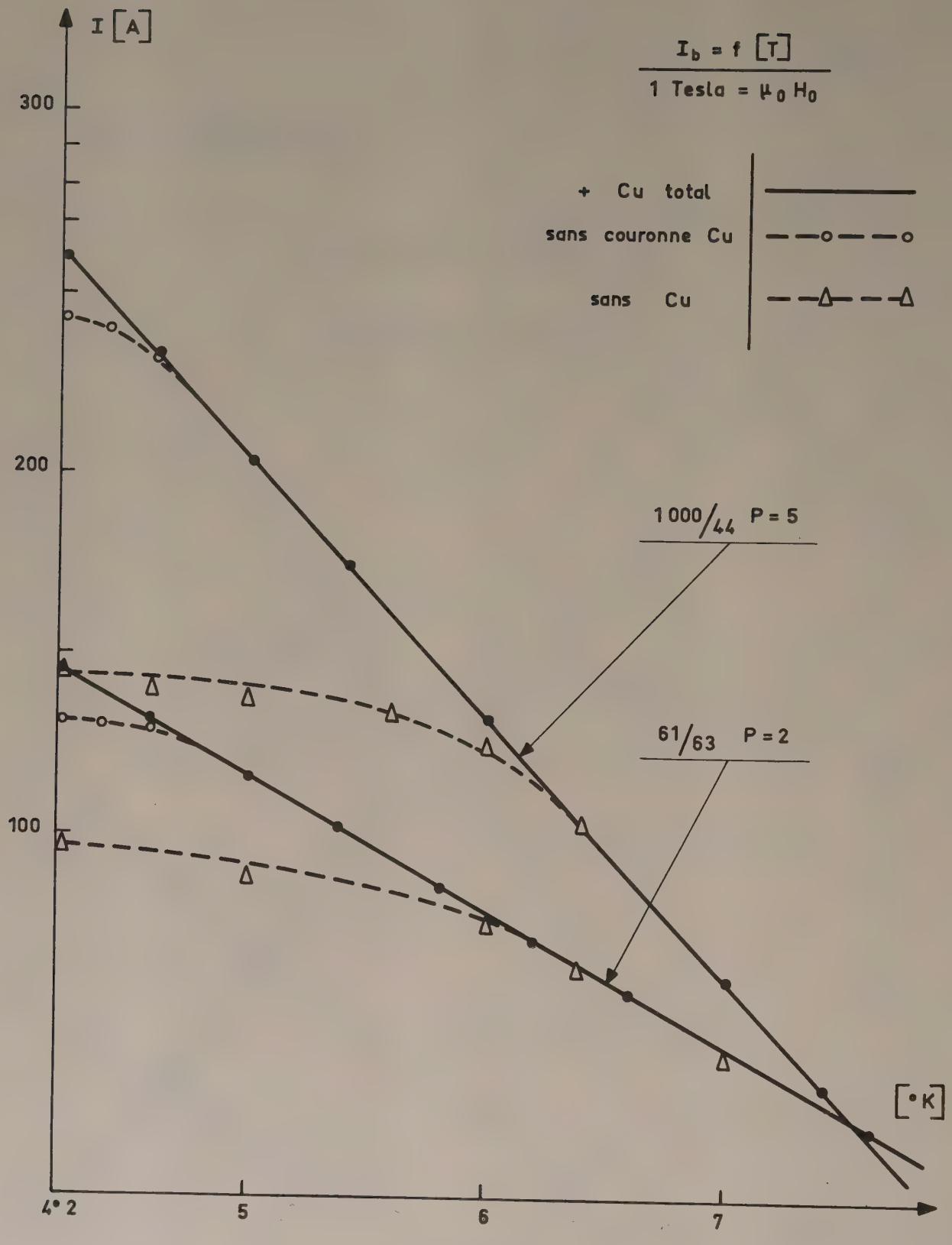
I=f(TH)



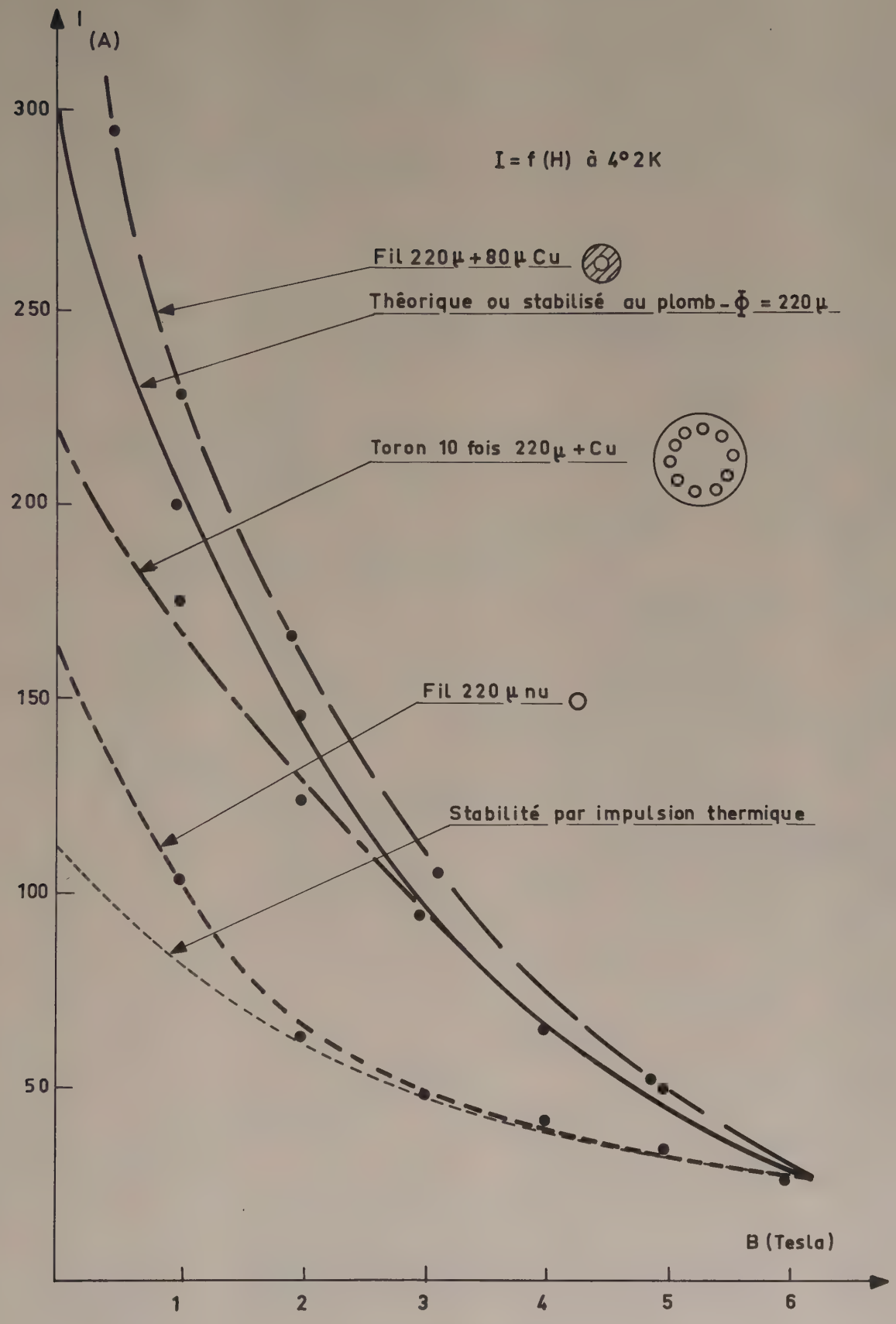
Courbe VI – 6


I (A)
I=f (T) à 1 tesla = $\mu_0 H_0$
champs polarisant statique
220μ + 80μ Cu
220μ Théorique ou avec Plomb
220μ + 50μ Cu + 50μ Indium
220μ + 50μ Cu
220μ + 80μ Indium
220μ dénudé
220μ + 50μ Indium
200
150
100
50
I_b final
I_c avec training
4°2
5
6
7
T (°K)

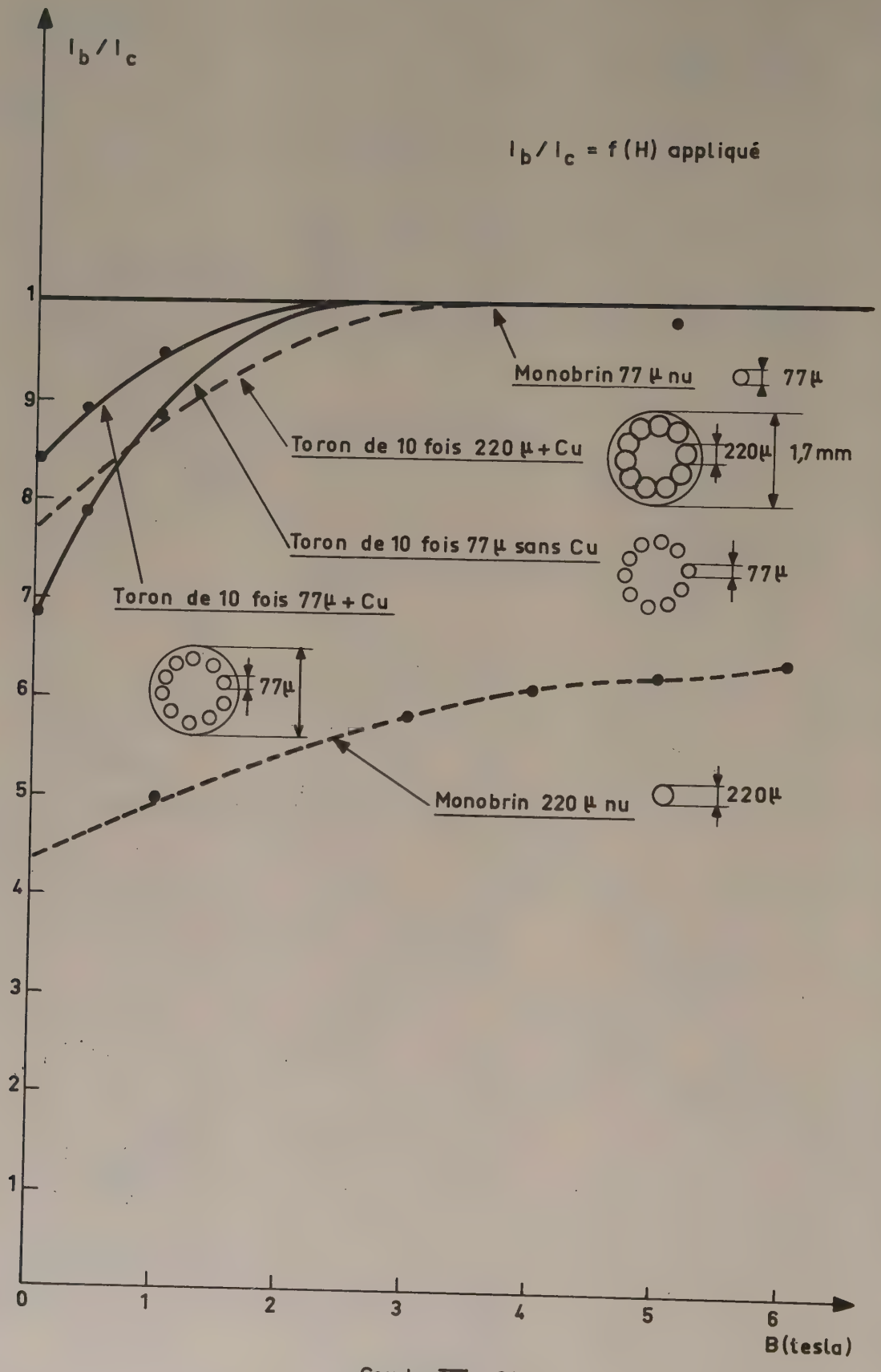
Courbe VI 7


I [A]
300
200
100
$I_b = f$ [T]
1 Tesla = $\mu_0 H_0$
+ Cu total
sans couronne Cu
sans Cu
1000/44 P = 5
61/63 P = 2
[°K]
4°2
5
6
7

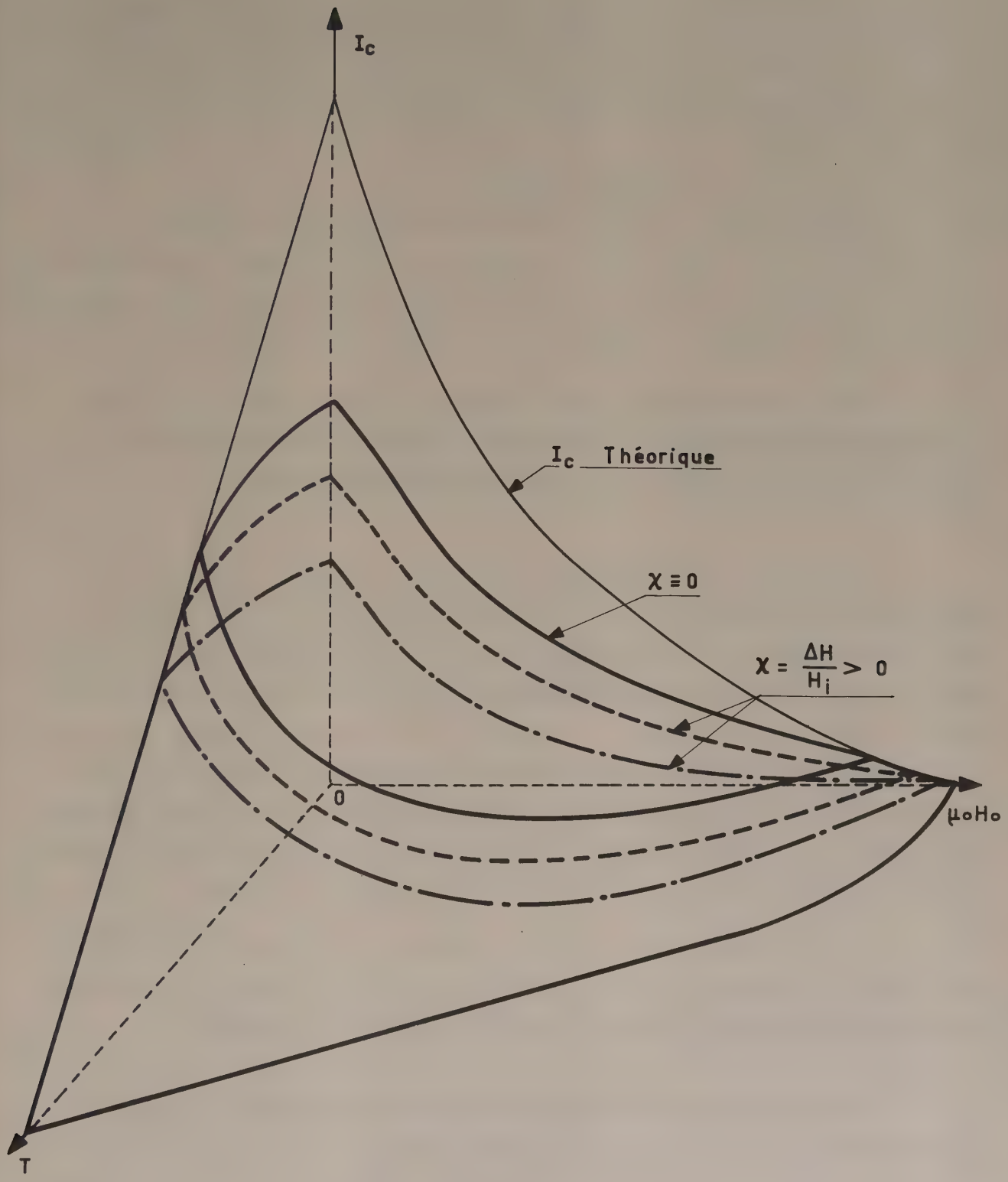
Courbe VI - 8


I (A)
300
250
200
150
100
50
I = f (H) à 4°2K
Fil 220 µ + 80 µ Cu
Théorique ou stabilisé au plomb - Φ = 220 µ
Toron 10 fois 220 µ + Cu
Fil 220 µ nu
Stabilité par impulsion thermique
B (Tesla)
1
2
3
4
5
6

Courbe VI - 9a


I_b / I_c
$I_b / I_c = f(H)$ appliqué
1
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
1
2
3
4
5
6
B(tesla)
Monobrin 77 µ nu
77µ
Toron de 10 fois 220 µ + Cu
220µ
1,7 mm
Toron de 10 fois 77 µ sans Cu
77µ
Toron de 10 fois 77µ + Cu
77µ
Monobrin 220 µ nu
220µ

Courbe VI – 9b



Courbe VI -10

CONCLUSION

Nous avons montré que le passage à l'état normal d'un supraconducteur bien fixé mécaniquement à son support, peut être expliqué par l'apparition d'une instabilité magnétique, appelée saut de flux.

La mesure du courant de blocage d'un échantillon court refroidi sous champ magnétique nul, puis soumis à la variation du champ magnétique polarisant,a révélé l'existence d'un phénomène d'accommodation. Cela nous a conduit à étudier systématiquement l'effet du champ polarisant appliqué au matériau déjà refroidi à sa température de fonctionnement. La théorie et l'expérience montrent dans ce cas que le courant de blocage le plus élevé, mesuré, est égal au courant de blocage immédiatement obtenu pour un matériau soumis à la totalité du champ polarisant avant son refroidissement.

La convergence des valeurs successives croissantes du courant de blocage s'explique, alors, par le fait que lors de la transition précédente, une fraction du champ polarisant a pénétré le matériau échauffé.

Le phénomène d'accommodation est donc lié à l'histoire magnétique du matériau, c'est-à-dire au mode opératoire.

Nous avons étudié aussi l'effet des paramètres physiques et géométriques du supraconducteur sur sa stabilité et nous avons montré que,pour

un fil supraconducteur donné, il existe un domaine dans le trièdre fixé par la température, le champ magnétique, et le courant, où le matériau est stable. Ainsi, comme il a été dit, ce domaine dépend de l'histoire magnétique du matériau :

Selon que le supraconducteur a été amené à une température de fonctionnement, dans le champ magnétique, ou au contraire refroidi dans un champ magnétique d'abord nul, puis croissant proportionnellement au courant, ce domaine de stabilité est plus ou moins important.

En outre, ce domaine est d'autant plus étendu que le diamètre du fil est plus petit et que sa chaleur spécifique et sa conductivité apparentes sont plus élevées.

Pour conclure, nous proposons un composite supraconducteur destiné à la réalisation de bobinages à courant continu, à la lumière des résultats théoriques et expérimentaux que nous venons d'établir.

Ce conducteur est destiné à des aimants fournissant un champ magnétique élevé. La zone de l'enroulement la plus critique sous l'angle de la stabilité, est celle de champ maximum, car si le courant critique est plus élevé dans les zones à champ faible, le courant transporté est identique dans tout l'enroulement.

Dans cette zone à champ fort le courant est réparti assez régulièrement entre les différents filaments supraconducteurs du composite torsadé à un pas compatible avec la vitesse de montée du courant envisagé. Par conséquent si le diamètre des filaments et celui du composite n'excèdent pas respectivement 40 et 500.10^{-6} m le composite est magnétiquement stable, même si le volume de sa matrice de cuivre n'est pas plus important que celui de l'ensemble de ses filaments.

Des imperfections d'ordre technologique, des mouvements de spires par exemple, peuvent déclencher aussi la transition du bobinage à l'état normal. Pour neutraliser l'effet de ces imperfections on pourrait envisager d'accroître la quantité de cuivre de la matrice, au détriment de la densité de courant apparente du composite.

Nous proposons plutôt d'inclure dans la matrice un matériau à forte chaleur spécifique. Un alliage d'or de bonne dureté ou du cupro-nickel sont préférables au simple alliage plomb-étain trop mou pour être mis en oeuvre parallèlement au niobium-titane et au cuivre lors de la fabrication du composite. Ceci devrait permettre d'obtenir la stabilité générale du conducteur et de plus, d'augmenter le diamètre du composite.

Cette étude nous a permis de mieux comprendre le comportement de certains échantillons courts et de certaines bobines dont le fonctionnement apparemment aléatoire, n'avait pas trouvé d'interprétation satisfaisante.

Par ailleurs, au moyen des conducteurs dits intrinsèquement stables, tel que celui que nous avons proposé, de grands bobinages seront construits, nous l'espérons, qui associeront à des performances très élevées un fonctionnement prévisible et sûr au voisinage de leur courant critique.

BIBLIOGRAPHIE

1 - J. BARDEEN, L.N. COOPER, J.R. SCHRIEFFER
Phys. Rev. 106, 162 (1957)
Phys. Rev. 108, 1175 (1957).

2 - W. MEISSNER, R. OCHSENFELD
Naturwissen, 21, 787 (1933).

3 - H. LONDON
Proc. Roy. Soc., A 176, 522 (1940).

4 - A.B. PIPPARD
Proc. Roy. Soc. A 203, 210 (1950).

5 - B.B. GOODMAN
Phys. Letters, 1, 215 (1962).

6 - A.A. ABRIKOSOV
Soviet Physics JETP, 5, 1174 (1957).

7 - D. SAINT-JAMES, P.G. DE GENNES
Phys. Letters, 7, 306 (1963).

8 - C. CAROLI, P.G. DE GENNES, J. MATRICON
Phys. Letters, 9, 307 (1964).

9 - L. KRAMER
Phys. Letters, 23, 619 (1966).

10 - B. OBST
Phys. Letters, 28 A, 662 (1969)

11 - C.J. GORTER
Physica 2, 449 (1935)
Phys. Letters 1, 69 (1962)
Phys. Letters 2, 26, 1962.

12 - Y.B. KIM, C.F. HEMPSTEAD, A.R. STRNAD
Phys. Rev. Letters 131, 6, (1961).

13 - A. SEPTIER
Rev. Phys. Appl. V4, n° 4 (1969)

14 - G. BRONCA, A. BERRUYER, R. BLONDET, J. HOLTZ
J. KRIKORIAN, J. NEEL, P. SOLENTE
Advances in Cryogenic Engineering V 15 (1969).

15 - G. BRONCA, I. HLASNIK, C. LE FRANCOIS, J. PEROT,
J.P. POUILLANGE
Rapport SEDAP/70-109, sup . 29, 1970 (C.E.N. Saclay)
Publié : Third Int. Conf. Magt. Technology Hamburg (1970).

G. BRONCA, R. LEVY-MANDEL, G. NEYRET, J. PARAIN
Particle Accelerators,V1, p. 187 (1970).

16 - C.J. GORTER
Physica 30, 2175 (1964)
Physica 31, 407 (1965).

17 - Y.B. KIM, C.F. HEMPSTEAD, A.R. STRNAD
Phys. Rev. Letters 9, 306 (1962).

18 - E.W. URBAN
J. Applied Physics V42, N1 (1971).

19 - P.W. ANDERSON, Y.B. KIM
Rev. Mod. Phys. 36, 39 (1964).

20 - C.P. BEAN
Phys. Rev. Lett. 8, 250 (1962)
Rev. Mod. Physics 36, 31 (1964).

21 - I. HLASNIK
Electrotechnicky Casopis, Brastislava 4-6, XXI, 281 (1970).

22 - Y.B. KIM, C.F. HEMPSTEAD, A.R. STRNAD
Phys. Rev. Letters, 139, A 1163 (1965).

23 - J. BARDEEN, M.J. STEPHEN
Phys. Rev. 140, A 1197 (1965).

24 - W.F. VINEN, A.C. WARREN
Proc. Phys. Soc. V 91 (1967).

25 - P.F. SMITH, M.N. WILSON, C.R. WALTERS, J.D. LEWIN
RPP/A 43 Rutherfort Laboratory.

26 - J.P. POUILLANGE
Rapport SEDAP 68 110 Sup/03 (1968) C.E.N. Saclay.

27 - A. MAILFERT, G. FOURNET
L.C.I.E. - Fontenay-aux-Roses - 33, Av. du Général Leclerc.

28 - P.S. SWARTZ, C.H. ROSNER
J. Appl. Phys. 33, 2292 (1962).

29 - M.R. WERTHEINER, J.G. GILCHRIST
J. Phys. Chem. Solids, V 28, p. 2509 (1967).

30 - NEURINGER, Y. SHAPIRA
Phys. Rev. V 148, n° 1 (1966).

31 - D.A. GANDOLFO, L. DUBECK, F. ROTHWARF
J. Applied Phys. V 40, n° 4 (1969).

32 - ZJJ. STEKLY, J.L. ZAR
Research Rep 135 AVCO Everett Mass (1962)
J. Applied Physics V 37, n° 1 (1966).

33 - J.R. PURCELL, R.E. JONES, K.B. MARTIN, G.E. Mc IN TOSH, J.M. Mc LAGAN
Argonne Nat. Laboratory
Advances in Cryogenics Engineering V 15 (1969).

34 - R. HANCOX
Phys. Letters V 16, n° 3 (1965)
IEEE Transaction on Magnetics V mag 3, n° 3 (1968).

35 - P.S. SWARTZ, C.P. BEAN
J. Applied Physics, V 39, n° 11 (1968).

36 - S.L. WIPF
Phys. Review. V 161, n° 2 (1967).

37 - G.H. MORGAN
J. Applied Physics, V 41, n° 9 (1970).

38 - L. DONADIEU
Bulletin SFE 58, 5 (1964).

39 - S.L. WIPF, M.S. LUBELL
J. Applied Physics, V 37, 1012 (1966).

40 - N. MORTON
Cryogenics, V8, 79 (1968).

41 - K.YA MAFUJI, M. TAKCO, J. CHIKABA
J. Phys. Societ. Japan, V 26, n° 2 (1969).

42 - S.L. WIPF, M.S. LUBELL
J. Applied Phys. V 37, n° 3 (1966).

43 - H. BRECHNA
Proceeding 1968. S. Study Supercon Accelerators.
Broohaven Nat. Laboratory (1968).

44 - B. TURCK
C.E.N. Saclay - Communication privée.

45 - A.D. Mc INTURFF, A. PASKIN
J. Applied Physics, V 40, n° 6 (1969).

46 - I. HLASNIK
Rapport GATS/70-18 (1970). C.E.N. Saclay.

47 - C. CORRUCINI, GNIEWCK
N.B.S. Monograph 21, Oct. 3 (1960).

47 bis - R.R. HAKE
extrait de Cryogenics (Avril 1967).

48 - J. CHIKABA
Cryogenics, 10, p. 306 (1970).

49 - Y.I. IWASA, WEGGELE, D.B. MONTGOMERY, R. WEGGEL, J.R. HALE
J. Applied Phys. V 40, n° 5 (1969).

50 - R. HAMPSHIRE, J. SUTTON, M.T. TAYLOR
Conférences sur les basses températures et l'énergie électrique. Londres, 24/26 Mars 1969.

51 - R.R. HAKE
J. Applied Physics, V 40, n° 13 (1969).

52 - B.M. BOERSTOEL, C. VAN BAARLES
J. Applied Physics, V 41n, n° 3 (1970).

53 - L. BOCHIROL et coll.
Communication privée (1971). C.E.N. Grenoble.

54 - I. HLASNIK, D. RAPPANELLO
Revue de Physique Appliquée T. 6, (Décembre 1971).

55 - C.R. WALTERS
Rutherford Laboratory, RPP/A 73.

56 - H.R. HART Jr.
General Physics Laboratory, Report n 68-C 297
General Electric (1968).

57 - Programme de Calcul ANPBA 1 (D.I.) Bibliothèque.
C.E.N. Saclay.

58 - J. ORTUSI
Monographie d'Electronique, Masson et Cie (1967).

59 - F. LANGE
Cryogenics, 6, 176 (1966).

60 - J.D. LIVINGSTON
Appl. Phys. Letters, 8, 319 (1966).

61 - H.J. GOLDSMID, J.M. CORSAN
Phys. Letters, 10, 39 (1964).

62 - J.A. HULBERT
Brit. J. Applied Phys., V 16 (1965).

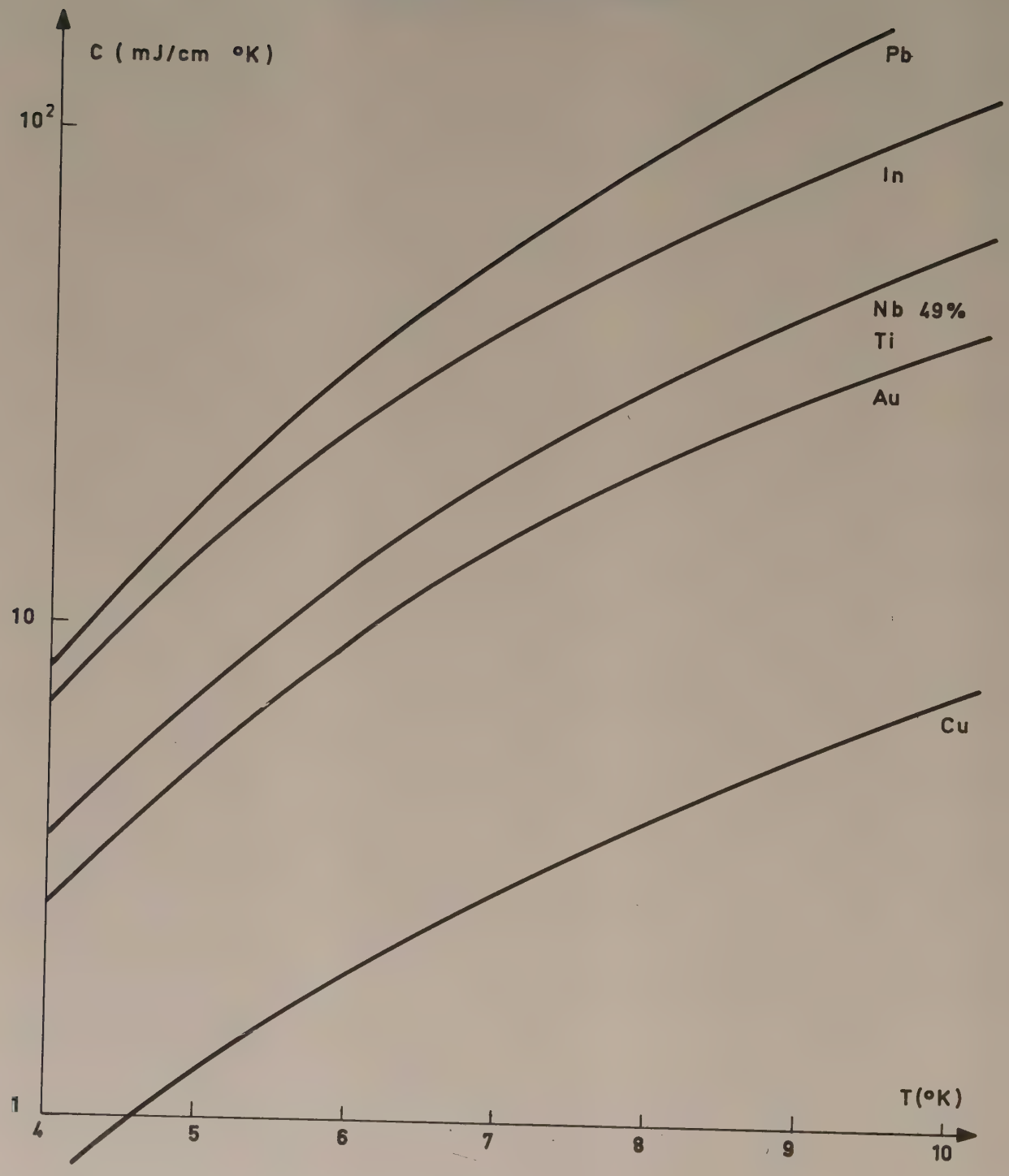
63 - M.A.R. LE BLANC
Phys. Review Letters V 11, n° 4 (1963).

64 - I. HLASNIK, D. RAPPANELLO
à paraître.

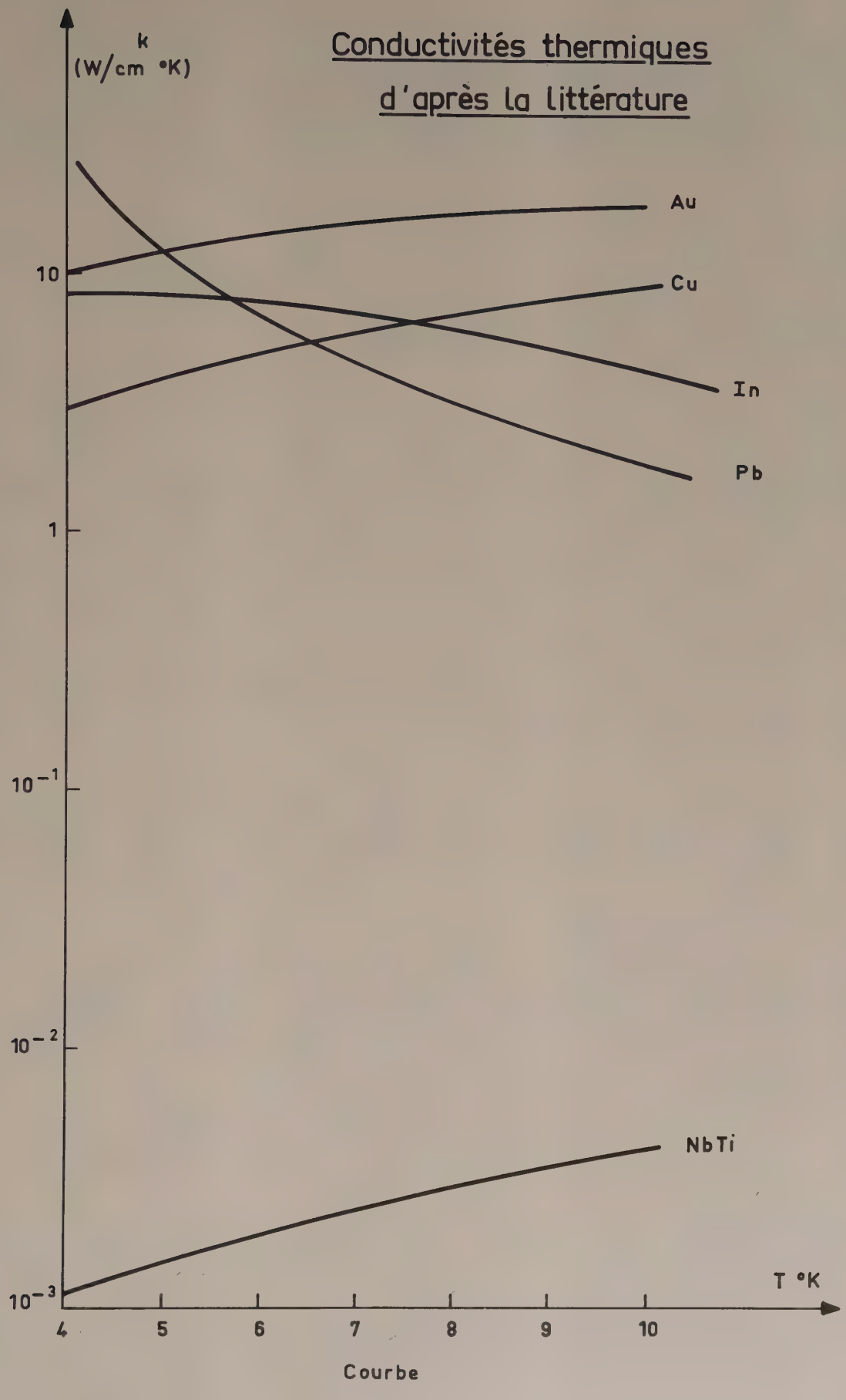
65 - J.K. HULM, B.S. CHANDRASEKHAR, H. RIEMERSMA
Plenum Press. Inc., New York, V 8, 17-29 (1964).

A N N E X E

Capacités calorifiques d'après la littérature



Courbe


Conductivités thermiques
d'après la littérature
k
(W/cm °K)
Au
Cu
In
Pb
NbTi
10
1
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
T °K
4
5
6
7
8
9
10
Courbe

CALCULS ANALYTIQUES

- Calcul dans le cas du régime a) de H_{III}

$$H_{III}(x_{3a_o}) = \Delta H_{ex} - H_i + J_{ca_o}(a - x_{3a_o}) \quad \text{et} \quad x_{3a_o} = a - \frac{H_i}{2 J_{ca_o}}$$

$$\boxed{H_{III}\, x_{3a_o} = \Delta H_{ex} - \frac{H_i}{2}}$$

$$H_{III}(x_{3a_1}) = \Delta H_{ex} - H_i + J_{ca_1}(a - x_{3a_1})$$

avec $$x_{3a_1} = a + \left(a - \frac{H_i}{2 J_{ca_o}} - a - \frac{\Delta H_{ex} - H_i}{3 J_{ca_o}}\right) \sqrt[4]{\frac{J_{ca_o}}{J_{ca_1}}} + \frac{\Delta H_{ex} - H_i}{3 J_{ca_1}}$$

soit $$(a - x_{3a_1}) = \left(\frac{H_i}{2 J_{ca_o}} + \frac{\Delta H_{ex} - H_i}{3 J_{ca_o}}\right) \sqrt[4]{\frac{J_{ca_o}}{J_{ca_1}}} - \frac{\Delta H_{ex} - H_i}{3 J_{ca_1}}$$

$$H_{III}(x_{3a_1}) = \Delta H_{ex} - H_i + J_{ca_1}\left[-\frac{\Delta H_{ex} - H_i}{3\,J_{ca_1}} + \left(\frac{H_i}{2\,J_{ca_o}} + \frac{\Delta H_{ex} - H_i}{3\,J_{ca_o}}\right)\sqrt[4]{\frac{J_{ca_o}}{J_{ca_1}}}\right.$$

$$= \Delta H_{ex} - H_i - \left(\frac{\Delta H_{ex} - H_i}{3}\right) + \frac{J_{ca_1}}{J_{ca_o}}\left[\frac{H_i}{2} + \frac{\Delta H_{ex} - H_i}{3}\right]\sqrt[4]{\frac{J_{ca_o}}{J_{ca_1}}}$$

$$\boxed{H_{III}(x_{3a_1}) = \frac{2}{3}(\Delta H_{ex} - H_i) + \frac{J_{ca_1}}{J_{ca_o}}\left[\frac{H_i}{2} + \frac{\Delta H_{ex} - H_i}{3}\right]\sqrt[4]{\frac{J_{ca_o}}{J_{ca_1}}}}$$

- <u>Calcul dans le cas du régime b)</u> de H_I et H_{III}

$$H_I = \Delta H_{ex} + H_i - J_c\,(x + a) = H_I(x_{1b_o}) = \Delta H_{ex} + H_i - J_{cb_o}\,(x_{1b_o} + a)$$

$$\text{avec } x_{1b_o} = \frac{H_i}{2\,J_{cb_o}}$$

$$\boxed{H_I(x_{1b_o}) = \Delta H_{ex} + \frac{H_i}{2} - J_{cb_o} \cdot a}$$

$$H_I(x_{1b_1}) = \Delta H_{ex} + H_i - J_{cb_1}\,(x_{1b_1} + a) \qquad \text{avec} \quad x_{1b_1} = \frac{H_i}{J_{cb_1}} + x_{3b_1} - a$$

et $$x_{3b_1} = \frac{a}{2} + \frac{a}{2}\sqrt{\frac{J_{cb_o}}{J_{cb_1}}} - \frac{H_i}{2\,J_{cb_1}}$$

donc $$x_{1b_1} = \frac{H_i}{J_{cb_1}} - \frac{H_i}{2\,J_{cb_1}} + \frac{a}{2} + \frac{a}{2}\sqrt{\frac{J_{cb_o}}{J_{cb_2}}} - a$$

$$x_{1b_1} = \frac{H_i}{2\,J_{cb_1}} - \frac{a}{2} + \frac{a}{2}\sqrt{\frac{J_{cb_o}}{J_{cb_1}}}$$

et $$H_I(x_{1b_1}) = \Delta H_{ex} + H_i - J_{cb_1}\left[\frac{H_i}{2\,J_{cb_1}} - \frac{a}{2} + a + \frac{a}{2}\sqrt{\frac{J_{cb_o}}{J_{cb_1}}}\right]$$

$$= \Delta H_{ex} + H_i - \frac{H_i}{2} - J_{cb_1}\left[\frac{a}{2} + \frac{a}{2}\sqrt{\frac{J_{cb_o}}{J_{cb_1}}}\right]$$

$$\boxed{H_I(x_{1b_1}) = \Delta H_{ex} + \frac{H_i}{2} - J_{cb_1}\left[\frac{a}{2} + \frac{a}{2}\sqrt{\frac{J_{cb_o}}{J_{cb_1}}}\right]}$$

D'autre part :

$$H_{III} = \Delta H_{ex} - H_i + J_c\,(a - x)$$

$$H_{III}(x_{3b_o}) = \Delta H_{ex} - H_i + J_{cb_o}\,(a - x_{3b_o})$$

avec $$x_{3b_o} = a - \frac{H_i}{2\,J_{cb_o}}$$

$$H_{III}(x_{3b_o}) = \Delta H_{ex} - H_i + J_{cb_o}\, a - J_{cb_o}\, a + J_{cb_o}\, \frac{H_i}{2\, J_{cb_o}}$$

Soit alors

$$\boxed{H_{III}(x_{3b_o}) = \Delta H_{ex} - \frac{H_i}{2}}$$

$$H_{III}(x_{3b_1}) = \Delta H_{ex} - H_i + J_{cb_1}\,(a - x_{3b_1})$$

$$\text{avec } x_{3b_1} = \frac{a}{2} + \frac{a}{2} \sqrt{\frac{J_{cb_o}}{J_{cb_1}}} - \frac{H_i}{2\, J_{cb_1}}$$

soit

$$H_{III}(x_{3b_1}) = \Delta H_{ex} - H_i + J_{cb_1}\,(a - \frac{a}{2} - \frac{a}{2} \sqrt{\frac{J_{cb_o}}{J_{cb_1}}} + \frac{H_i}{2\, J_{cb_1}})$$

$$= \Delta H_{ex} - H_i + J_{cb_1}\,(\frac{a}{2} - \frac{a}{2} \sqrt{\frac{J_{cb_o}}{J_{cb_1}}}) + \frac{H_i}{2}$$

$$\boxed{H_{III}(x_{3b_1}) = \Delta H_{ex} - \frac{H_i}{2} + J_{cb_1}\,(\frac{a}{2} - \frac{a}{2} \sqrt{\frac{J_{cb_o}}{J_{cb_1}}})}$$

- Calcul dans le cas du régime bc) de

$$H_I(x_{1bc_o}) = \Delta H_{ex} + H_i - J_{cb_o}(x_{1bc_o} + a)$$

$$\text{avec} \quad x_{1bc_o} = \frac{H_i}{J_{cbc_o}}$$

$$H_I(x_{1bc_o}) = \Delta H_{ex} + H_i - J_{cbc_o}\left[\frac{H_i}{J_{cbc_o}} + a\right]$$

$$\boxed{H_I(x_{1bc_o}) = \Delta H_{ex} - J_{cbc_o}\, a}$$

$$H_I(x_{1bc_1}) = \Delta H_{ex} + H_i - J_{cbc_1}(x_{1bc_1} + a)$$

$$x_{1bc_1} = \frac{H_i}{J_{cbc_1}}$$

$$H_I(x_{1bc_1}) = \Delta H_{ex} + H_i - H_i - J_{cbc_1}\, a$$

$$\boxed{H_I(x_{1bc_1}) = \Delta H_{ex} - J_{cbc_1}\, a}$$

CALCUL NUMERIQUE

- Pertes WAF 1

Régime a ——— $J_{ca_o} = J_{co} = AJC$

$$J_{ca_1} = \left[\frac{2\,\Delta H_{ex} - H_i}{2\,\Delta H_{ex} + H_i}\right]^{4/3} = J_{c_o} = TESTAC = AJCT$$

Régime ac ——— $J_{cac_o} = AJCT$

$J_{cac_1} = AJAB$

Régime bc ——— $J_{cbc_o} = AJAB$

$J_{cbc_1} = AJCF = J_{cf}$

- Pertes WAF 2

Régime a ——— $J_{ca_o} = J_{co} = AJC$

$J_{ca_1} = AJAB$

Régime b ——————— $J_{cb_o} = AJAB$

$J_{cb_1} = AJCF = J_{cf}$

- Pertes WAF 2 P

Régime a ——————— $J_{ca_o} = J_{c_o} = AJC$

$J_{ca_1} = AJAB$

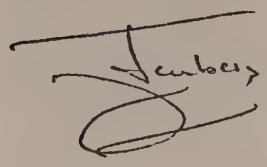
Régime b ——————— $J_{cb_o} = AJAB$

$$J_{cb_1} = AJBB = \left[\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} - \frac{a\,H_i}{AJAB}}\right]^2 \frac{AJAB}{a^2}$$

Régime bc ——————— $J_{cbc_o} = AJBB$

$J_{cbc_1} = AJCF - J_{cf}$

Vu et approuvé

ORSAY, le 12 mai 1972

Le Vice-Président du Centre d'Orsay